

Junior Wiskunde Olympiade

Opgaven deel 2



zaterdag 22 juni 2024
Vrije Universiteit Amsterdam

- De opgaven in deel 2 zijn open vragen. Schrijf je antwoord op het antwoordformulier op de aangegeven plek. Een berekening of uitleg is niet nodig.
- Voor elk volledig goed antwoord krijg je 3 punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of geodriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 45 minuten de tijd. **Veel succes!**

1. Lucas verft de gehele buitenkant van een kubus blauw. Vervolgens zaagt hij de kubus in 27 even grote kubusjes. Deze 27 kubusjes stapelt hij netjes op elkaar zodat hij een toren van $27 \times 1 \times 1$ blokjes krijgt.

Hoeveel van de 110 zijvlakken van kubusjes aan de buitenkant van zijn toren zijn er nu maximaal blauw?

2. In een rij staan 2024 mensen, genummerd 1 tot en met 2024, en elk van hen spreekt ofwel altijd de waarheid, of liegt altijd. Bovendien weten alle 2024 mensen van elkaar of ze altijd de waarheid spreken of altijd liegen. Op een bepaald moment doet voor elk nummer de persoon met nummer n de uitspraak: “Minstens n van deze mensen liegen altijd.”

Hoeveel mensen spreken altijd de waarheid?

3. Joah heeft een aantal grote potten met knikkers erin. Aan het begin van de week zit in alle potten een ander positief aantal knikkers. Op de eerste dag van de week voegt hij aan elke pot een knikker toe. Op de tweede dag voegt hij een knikker toe aan alle potten waarvan het aantal knikkers deelbaar door 2 is. Op de derde dag voegt hij een knikker toe aan alle potten waarvan het aantal knikkers deelbaar door 3 is. Zo gaat hij door tot en met de zevende dag. Daarna blijkt hij meerdere potten te hebben met precies 50 knikkers erin.

Hoeveel zijn dit er maximaal?

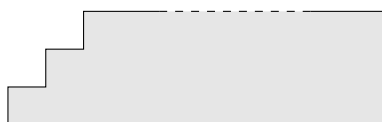
4. Als je de datum 16 januari 1091 schrijft met 8 digitale cijfers achter elkaar, dan ziet dat er zo uit:

16010911

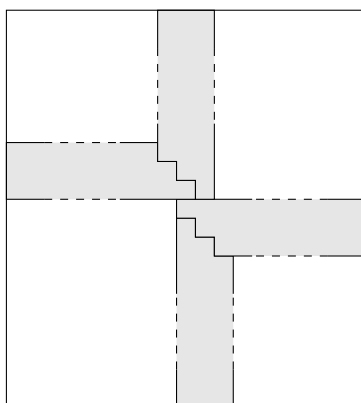
Als je dit op z'n kop leest, staat er precies dezelfde datum.

Wat is de eerste datum in de toekomst (22 juni 2024 of later) waarvoor ook geldt dat er, geschreven in 8 digitale cijfers achter elkaar, op z'n kop precies dezelfde datum staat?

5. Onderstaande ‘trapfiguur’ heeft een hoogte van 3 en traptreden die elk 1 breed en 1 hoog zijn. We weten niet hoe lang de figuur is: de tekening is dus niet op schaal.



We leggen vier van dit soort figuren, allemaal precies even groot, in een rechthoek zoals hieronder. Ook deze tekening is niet op schaal.



De rechthoek heeft oppervlakte 224 en de breedte van de bovenste verticale trapfiguur overlapt met $\frac{2}{3}$ van de breedte van de onderste trapfiguur. Wat is de oppervlakte van één trapfiguur?

6. Wat is het kleinste gehele getal $a > 10$ waarvoor geldt:

- a is deelbaar door 10 en
- $a + 1$ is deelbaar door 11 en
- $a + 2$ is deelbaar door 12?

7. De hoofdletters A, E, F, H, I, K, L, M, N, T, V, W, X, Y, Z zijn te schrijven met alleen rechte lijnstukjes. Voor de I is één lijnstukje genoeg, voor de E zijn vier lijnstukjes nodig. We noemen een rijtje van minstens twee van deze letters een woord; het hoeft dus geen bestaand woord te zijn en zelfs niet uitspreekbaar te zijn. Zo is FK bijvoorbeeld een woord, en dit woord schrijf je met zes lijnstukjes.

Hoeveel woorden bestaan er die in hoofdletters te schrijven zijn met in totaal precies vier lijnstukjes?

8. Roos heeft een schaakbord, een liniaal en een stift. Ze kiest nu twee hoekpunten van vakjes op de rand van het bord zó dat als ze de rechte lijn tussen die twee punten met haar stift tekent, het bord verdeeld wordt in twee delen. Hiernaast zie je bijvoorbeeld hoe Roos het bord in een deel met oppervlakte 49 en een deel met oppervlakte 15 verdeelt.

Hoeveel verschillende waarden kan de oppervlakte van één zo'n deel hebben?

