

# Junior Wiskunde Olympiade

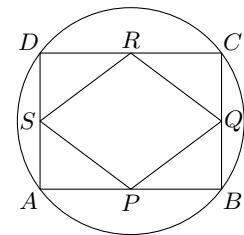
## Opgaven deel 1



zaterdag 22 juni 2024  
Vrije Universiteit Amsterdam

- De opgaven in deel 1 zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan.
- Voor elk goed antwoord krijg je 2 punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of geodriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 45 minuten de tijd. **Veel succes!**

1. Een rechthoek  $ABCD$  heeft een omgeschreven cirkel met straal 5. Punten  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  en  $S$  zijn de middens van de zijden van de rechthoek  $ABCD$ . Wat is de omtrek van vierhoek  $PQRS$ ?



- A) 12      B) 14      C)  $8\sqrt{5}$       D) 20      E) niet eenduidig bepaald

2. Op hoeveel nullen eindigt het getal

$$2^{3^5} \times 3^{5^2} \times 5^{2^3}?$$

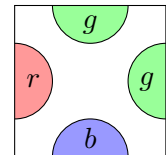
In deze opgave is  $a^{b^c}$  het getal dat je krijgt door eerst de macht

$$b^c = \underbrace{b \times b \times \dots \times b}_{c \text{ keer een } b}$$

uit te rekenen en dan  $a$  tot deze macht te verheffen.

- A) 6      B) 8      C) 25      D) 243      E) 256

3. Op een vierkant puzzelstukje zijn vier halve cirkels getekend, elk gekleurd in één van de kleuren rood, groen en blauw zoals hiernaast (hier voor de duidelijkheid ook aangegeven met letters). De achterkant van het puzzelstukje is niet gekleurd. Je hebt vier van deze puzzelstukjes (allemaal precies gekleurd zoals hiernaast) die je mag verschuiven en draaien. Je legt deze in een  $2 \times 2$ -vierkant tegen elkaar aan, waarbij halve cirkels die tegen elkaar aan komen te liggen, dezelfde kleur hebben.



Hoeveel verschillende kleurenpatronen kun je maken in het  $2 \times 2$ -vierkant? (Als het noodzakelijk is om het hele  $2 \times 2$ -vierkant te draaien om van het ene naar het andere kleurenpatroon te komen, dan zijn deze patronen verschillend.)

- A) 1      B) 2      C) 4      D) 5      E) 6

4. Hoeveel paren zijn er van positieve gehele getallen  $a$  en  $b$ , met  $a > b$ , beide kleiner dan 100, waarvoor geldt dat  $a + b = (a - b)^3$ ?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

5. We bekijken getallen waarvan twee cijfers naast elkaar bij elkaar opgeteld altijd gelijk zijn aan het cijfer direct rechts daarvan (als dat bestaat). Twee cijfers naast elkaar zijn dus bij elkaar opgeteld altijd kleiner dan 10, behalve mogelijk de laatste twee cijfers. Verder mag het eerste cijfer geen 0 zijn. Een voorbeeld van zo'n getal is 1347, want  $1 + 3 = 4$  en  $3 + 4 = 7$ . Hoeveel van zulke getallen van vijf cijfers zijn er?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 5      E) 8

6. Inaya zet 88 vieren achter elkaar en krijgt een heel groot getal:

$$\underbrace{4444 \cdot \cdot \cdot 4444}_{88 \text{ vieren}}$$

Ze schrijft de vieren als een plusteken met een schuin streepje linksboven. Wanneer ze dat schuine streepje weghaalt, krijgt ze een plusteken. Zo kan ze optellingen maken zoals

$$4 + 444444 + 44 + \cdot \cdot \cdot 4 + 4 + 444$$

De optelling mag niet beginnen of eindigen met een plusteken. Door slim te kiezen bij welke van de 88 vieren zij het schuine streepje verwijdert, maakt Inaya een optelling met als uitkomst 4444. Bij hoeveel vieren heeft zij het schuine streepje verwijderd?

- A) 4      B) 11      C) 22      D) 29      E) 30

7. We noemen een positief geheel getal een *omkeerverschil* als het geschreven kan worden als een positief geheel getal waarvan het laatste cijfer niet een 0 is, min het getal bestaande uit dezelfde cijfers in omgekeerde volgorde. Zo is 2178 een omkeerverschil, omdat  $4202 - 2024 = 2178$ .

Welk van de volgende getallen is geen omkeerverschil?

- A) 1359    B) 2538    C) 3906    D) 4447    E) 5355

8. Op een eenrichtingsweg met twee stroken naast elkaar rijden blauwe en rode auto's. De linkerstrook bevat alleen blauwe auto's, de rechterstrook alleen rode. Op een gegeven moment moeten de auto's ritsen naar één strook. Hierbij zijn de blauwe auto's wat brutaler dan de rode, waardoor er soms wel meerdere blauwe auto's achter elkaar komen te rijden, maar nooit twee rode auto's achter elkaar. Een stukje verderop moeten de auto's wachten voor een stoplicht.

Als je de eerste tien auto's voor het stoplicht bekijkt, hoeveel mogelijke kleurencombinaties kunnen dan voorkomen? (Dus bijvoorbeeld bbbbbbbbbbb of rbrbrbrbrb.)

- A) 89      B) 100      C) 144      D) 233      E) 1024