

# Junior Wiskunde Olympiade

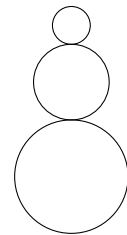
## Opgaven deel 2



zaterdag 3 juni 2023  
Vrije Universiteit Amsterdam

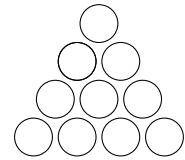
- De opgaven in deel 2 zijn open vragen. Schrijf je antwoord op het antwoordformulier op de aangegeven plek. Een berekening of uitleg is niet nodig.
- Voor elk volledig goed antwoord krijg je 3 punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of geodriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 45 minuten de tijd. **Veel succes!**

1. Tim heeft precies zes meter ijzerdraad. Hij knipt het ijzerdraad in een aantal stukken, op zo'n manier dat elk stuk een geheel aantal meters lang is. Van elk van die stukken maakt hij een cirkel. Daarna stapelt hij die cirkels perfect verticaal balancerend op elkaar. Een mogelijk voorbeeld zie je in de figuur hiernaast. Hoeveel mogelijke hoogtes kan zijn bouwwerk hebben?



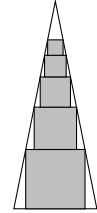
2. Op hoeveel manieren kan je de getallen 1 t/m 10 opdelen in tweetallen, zodat voor elk tweetal geldt dat het grootste getal minstens twee keer zo groot is als het kleinste getal?
3. Een stad wil een proef doen met alternatieve tijdmaten: een etmaal van 24 uur wordt in 15 oor verdeeld, een oor in 72 minuten en een minoot weer in 80 seconden, die net zo lang duren als seconden in de gewone tijdrekening. Met andere woorden: 15 oren van 72 minuten van elk 80 seconden duren net zo lang als 24 uren van 60 minuten met 60 seconden. In de stad worden digitale klokken gebruikt waarop de eerste twee cijfers de oren aangeven, de volgende twee de minuten en de laatste twee de seconden. Het tijdstip 00 : 00 : 00 is om middernacht, net als bij een gewone klok. Op een gegeven moment staat er 10 : 10 : 10 op zo'n alternatieve klok. Welke tijd (uu : mm : ss) staat er op dat tijdstip op een gewone digitale klok?
4. Dot heeft een papier met zes stippen erop getekend, waarvan er geen drie op één lijn liggen. Ze tekent met een pen een rechte lijn van een zekere stip naar een andere stip. Daarna tekent ze zonder haar pen weer op te tillen een rechte lijn naar een stip waar ze nog niet eerder is geweest. Zo gaat ze door tot ze alle stippen heeft gehad. Als laatste tekent ze een rechte lijn van de laatste naar de eerste stip. Hoeveel figuren kan Dot op deze manier maken?
5. We bekijken het getal  $666 \dots 666$  dat uit 2023 zessen bestaat. Het kwadraat van dit getal heeft 4046 cijfers. Hoeveel van die cijfers zijn een 5?

6. Een driehoeksgetal is het aantal cirkels dat je in een gelijkzijdige driehoek van een bepaalde hoogte kunt plaatsen. In de figuur hiernaast zie je bijvoorbeeld dat het vierde driehoeksgetal 10 is. Jasmijn schrijft de eerste 1000 driehoeksgetallen op:  $1, 3, 6, 10, 15, \dots$



Hoeveel van deze getallen eindigen op een 0?

7. Vijf vierkanten zijn op elkaar gestapeld zodat ze precies in een gelijkbenige driehoek passen, zie de figuur hiernaast (niet op schaal getekend). Het grootste vierkant heeft zijdes van lengte 3, het kleinste vierkant heeft zijdes van lengte  $\frac{4}{3}$ .



Wat is de lengte van de zijde van het middelste vierkant?

8. Ikram heeft een grote kom met balletjes erin. Op elk balletje staat een positief geheel getal. Als hij willekeurig drie balletjes uit de kom pakt en het verschil tussen het grootste en het kleinste getal op deze drie balletjes neemt, dan blijkt dat de uitkomst altijd ook op één van de balletjes in de kom staat (of op één van de drie balletjes die hij net gepakt heeft). Hij doet steeds de balletjes weer terug in de kom. Hij weet dat er in elk geval balletjes met 3, 6 en 2023 in de kom zitten.

Hoeveel balletjes zitten er minimaal in de kom?