Junior Wiskunde Olympiade
Opgaven deel 1

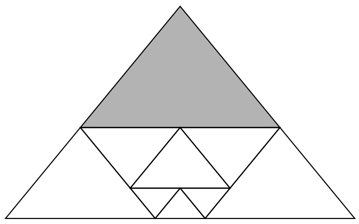
zaterdag 28 september 2019
Vrije Universiteit Amsterdam

- De opgaven in deel 1 zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan.
- Voor elk goed antwoord krijg je 2 punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of geodriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 45 minuten de tijd. **Veel succes!**

1. Op een conferentie waren mensen uit vier landen: Nederland, België, Duitsland en Frankrijk. Er waren driemaal zoveel Nederlanders als Belgen en driemaal zoveel Duitsers als Fransen. Vijf van de aanwezigen telden het aantal aanwezigen (inclusief zichzelf). Ze telden respectievelijk 366, 367, 368, 369 en 370 mensen. Slechts één van hen telde goed.
Wat is het correcte aantal aanwezigen?

A) 366 B) 367 C) 368 D) 369 E) 370

2. We bedekken een grote gelijkbenige driehoek volledig met driehoekjes die allemaal gelijkvormig zijn aan de grote driehoek zoals weergegeven in de figuur hiernaast.
Welk deel van de oppervlakte van de grote driehoek wordt bedekt door de bovenste driehoek (in grijs)?



A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{16}{49}$ E) $\frac{1}{3}$

3. In het onderstaande puzzeltje stellen a, b, c, d en e cijfers ongelijk aan 0 voor, zó dat de twee berekeningen kloppen. De cijfers hoeven niet verschillend te zijn.
Hoeveel oplossingen zijn er waarbij $a < b$?

$$ab \times ab = cde \qquad \text{en} \qquad ba \times ba = edc.$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. We noemen een getal een *kind* van een ander getal als we het kunnen maken door tussen elk tweetal cijfers van het andere getal óf niets, óf een $+$, óf een $\times$ te zetten. Zo zijn bijvoorbeeld 145 en 5 kinderen van 12121, want $145 = 12 \times 12 + 1$ en $5 = 1 + 2 \times 1 + 2 \times 1$. Het getal 15 is zowel een kind van 12121 als van 33333, want $12 + 1 + 2 \times 1 = 15 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$.
Welke van de volgende getallen is ook een kind van zowel 12121 als 33333?

A) 18 B) 34 C) 39 D) 42 E) 45

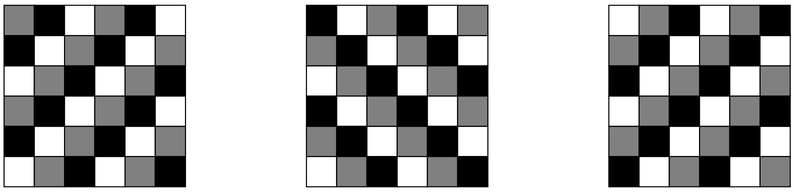
5. In een klas hebben 30 leerlingen een proefwerk gemaakt. Elke leerling heeft als cijfer een geheel getal van 1 t/m 10. Het cijfer 8 is vaker dan elk ander cijfer toegekend.
Wat is de kleinst mogelijke waarde die het gemiddelde cijfer van de klas kan hebben?

A) $3\frac{8}{15}$ B) $3\frac{2}{3}$ C) $3\frac{5}{6}$ D) $4\frac{11}{30}$ E) $4\frac{8}{15}$

6. We willen de 36 vakjes van een 6×6 bord kleuren. Elk vakje moet wit, grijs of zwart worden en er moet aan de volgende voorwaarde worden voldaan:

> Drie vakjes die horizontaal of verticaal op een rij liggen moeten altijd drie verschillende kleuren hebben.

We noemen twee kleuringen *echt verschillend* als je niet de ene kleuring uit de ander krijgt door het bord te draaien. Hieronder zie je drie kleuringen die voldoen aan de voorwaarde. De eerste twee kleuringen zijn echt verschillend, maar de derde kleuring is gelijk aan de tweede na draaiing van het bord.



Hoeveel echt verschillende kleuringen zijn er die voldoen aan de voorwaarde (inclusief de twee uit de figuur)?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

7. Op zijde BC van een driehoek ABC ligt een punt D. Er geldt dat hoek A in driehoek ABD even groot is als hoek C in driehoek ABC, en dat hoek A in driehoek ACD even groot is als hoek B in driehoek ABC.

Uit de gegevens kan niet worden afgeleid hoe driehoek ABC er precies uitziet. Toch kun je met zekerheid zeggen dat een van de onderstaande beweringen *nooit* waar is. Welke bewering is dat? *Met de notatie* $|AB|$ *bedoelen we de lengte van lijnstuk* AB.

A) $|AD| < |AC|$
B) $|AC| < |AB|$
C) $|AB| < |BC|$
D) $|AD| \times |CD| < |AB| \times |AC|$
E) $|AB| \times |AC| < |AD| \times |BC|$

8. Vijf slimme kinderen zitten in een kring. De leraar geeft elk van hen één of meer knikkers. Hij zegt erbij dat hij in totaal 18 knikkers heeft uitgedeeld en dat de kinderen allemaal verschillende aantallen kikkers hebben gekregen. Elk kind mag kijken hoeveel knikkers hij zelf heeft en ook hoeveel knikkers degene links van hem en degene rechts van hem hebben.

Met enkel deze informatie en logisch redeneren moet elk kind proberen uit te vinden wat het verschil is tussen de aantallen knikkers van de twee kinderen tegenover hem. De leraar heeft de knikkers zo verdeeld dat zo min mogelijk kinderen dit kunnen beredeneren. Hoeveel kinderen kunnen dat?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5