

# Junior Wiskunde Olympiade

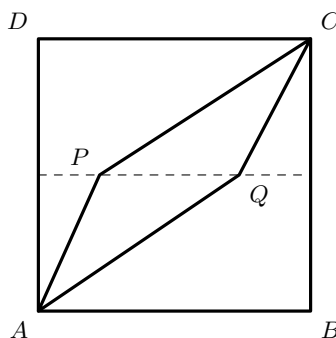
## Opgaven deel 2



zaterdag 29 september 2018  
Vrije Universiteit Amsterdam

- De opgaven in deel 2 zijn open vragen. Schrijf je antwoord op het antwoordformulier op de aangegeven plek. Een berekening of uitleg is niet nodig.
- Voor elk volledig goed antwoord krijg je 3 punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of geodriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 45 minuten de tijd. **Veel succes!**

1. Anne, Bert, Christiaan, Dirk en Eveline doen samen mee aan een schaaktoernooi. Ze komen erachter dat ze gemiddeld precies 28 jaar oud zijn. Precies een jaar later doen Anne, Bert, Christiaan en Dirk samen met Freek mee aan het toernooi. Ditmaal zijn ze gemiddeld precies 30 jaar oud.  
Hoeveel jaar is Freek ouder dan Eveline?
2. Wat is het kleinste positieve gehele getal  $x$  waarvoor de uitkomst van  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x}{6}$  een geheel getal is?
3. Bij elk van de twee breuken  $\frac{2018}{2011}$  en  $\frac{2054}{2019}$  trekken we zowel van de teller als van de noemer hetzelfde gehele getal  $a$  af. De twee breuken die zo ontstaan, hebben dezelfde waarde.  
Hoe groot is  $a$ ?
4. De zijden van vierkant  $ABCD$  hebben lengte 10. Op de lijn die de middens van  $AD$  en  $BC$  verbindt, liggen punten  $P$  en  $Q$ . Als we  $P$  verbinden met  $A$  en  $C$  en ook  $Q$  verbinden met  $A$  en  $C$ , dan wordt het vierkant in drie delen verdeeld met gelijke oppervlakten.  
Wat is de lengte van  $PQ$ ? (Het plaatje is niet op schaal getekend.)

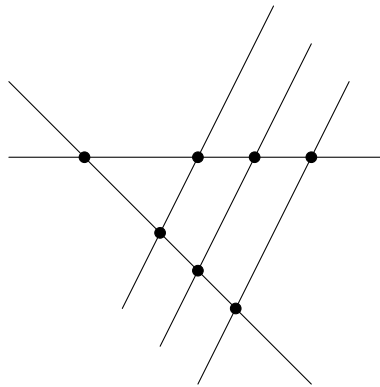


5. Jan heeft op een briefje het getal  $A$  op twee manieren als een breuk geschreven. Helaas zijn twee getallen onleesbaar geworden door inktvlekken:

$$A = \frac{\blacksquare + 3}{12} = \frac{15}{26 - \blacksquare}.$$

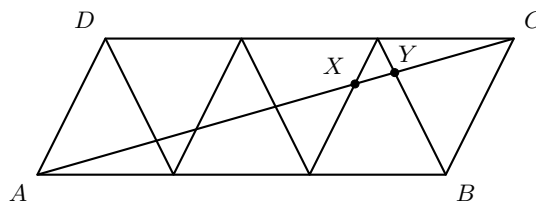
Lia vindt het briefje van Jan en wil uitzoeken welk getal  $A$  kan zijn. Ze weet dat de getallen achter de inktvlekken positieve gehele getallen moeten zijn, maar het getal  $A$  hoeft niet geheel te zijn. Omdat ze niet weet welke getallen achter de inktvlekken verscholen gaan, onderzoekt ze alle combinaties waarvoor de gelijkheid klopt. Ze vindt zo meerdere mogelijkheden voor het getal  $A$ . De grootste waarde noemt ze  $A_{\max}$  en de kleinste noemt ze  $A_{\min}$ . Bepaal  $A_{\max} - A_{\min}$ .

6. Timo tekent vijf rechte lijnen in een vlak. De lijnen lopen oneindig ver door en er mogen nooit drie lijnen door hetzelfde punt heen gaan. Voor elk snijpunt van twee lijnen krijgt hij een snoepje en voor elk setje van twee of meer evenwijdige lijnen krijgt hij ook een snoepje. In het voorbeeld hieronder krijgt hij bijvoorbeeld 8 snoepjes omdat er 7 snijpunten zijn en hij 1 extra snoepje krijgt voor het setje van drie parallelle lijnen.



Wat zijn de mogelijke aantallen snoepjes die hij kan halen?

7. Zes gelijkzijdige en even grote driehoeken worden aan elkaar geplakt tot een parallellogram  $ABCD$ , zie de figuur.



De lengte van  $AC$  is 10. Wat is de lengte van  $XY$ ?  
*Let op: de figuur is niet op schaal getekend.*

8. In een lokaal zijn een aantal leerlingen. Ze komen erachter dat voor elk drietal leerlingen de volgende twee beweringen allebei tegelijk waar zijn:
- Twee van hen hebben nog nooit samen een verslag geschreven.
  - Twee van hen hebben wel ooit samen een verslag geschreven.

Hoeveel leerlingen kunnen er maximaal in het lokaal zijn?