Junior Wiskunde Olympiade
Opgaven deel 1

zaterdag 30 september 2017
Vrije Universiteit Amsterdam

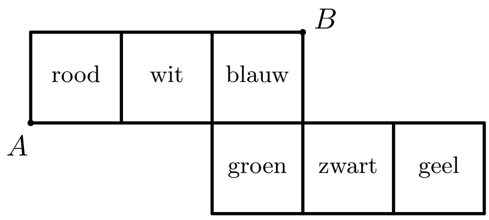
- De opgaven in deel 1 zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan.
- Voor elk goed antwoord krijg je 2 punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of geodriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 45 minuten de tijd. **Veel succes!**

1. We noemen een positief getal van drie cijfers *mooi* als de laatste twee cijfers opgeteld gelijk zijn aan het eerste cijfer. Zo is het getal 123 bijvoorbeeld *niet* mooi, omdat 1 niet gelijk is aan $2 + 3$. Hoeveel getallen van drie cijfers zijn mooi?
Let op: een getal van drie cijfers mag nooit met het cijfer 0 *beginnen.*

A) 45 B) 48 C) 50 D) 54 E) 55

2. De zijvlakken van een kubus hebben verschillende kleuren. In de figuur zie je een uitslag van deze kubus. De punten A en B in de uitslag horen bij twee hoekpunten van hetzelfde zijvlak van de kubus.
Welke kleur heeft dat zijvlak?

A) rood B) blauw C) groen D) zwart E) geel



3. We bekijken rijtjes van 20 gehele getallen. De getallen mogen positief of negatief zijn, maar niet gelijk aan 0. Ook stellen we de volgende eisen aan de rijtjes: van elke twee getallen naast elkaar is er minstens een positief; elke drie getallen naast elkaar zijn bij elkaar opgeteld negatief; elke vier getallen naast elkaar geven een positieve uitkomst wanneer ze met elkaar vermenigvuldigd worden.
Hieronder staan vier uitspraken over zulke rijtjes:

- Er kunnen nooit twee positieve getallen naast elkaar staan.
- Er kunnen meer positieve dan negatieve getallen zijn.
- Alle 20 getallen bij elkaar optellen geeft altijd een negatieve uitkomst.
- Het getal -1 kan nooit voorkomen.

Hoeveel van deze uitspraken zijn waar?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

GA VERDER OP DE ACHTERKANT

4. Het getal $n^2 + 21$ is het kwadraat van een geheel getal.
Voor hoeveel positieve gehele getallen n is dit waar?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. Sanne bouwt een kubus van $9 \times 9 \times 9$ door blokjes van $1 \times 1 \times 1$ aan elkaar te lijmen. Ze heeft echter net niet genoeg blokjes, dus ze besluit af en toe een blokje weg te laten. Om de kubus wel stevig te houden, zorgt ze dat de gaten (weggelaten blokjes) niet aan elkaar grenzen, ook niet met slechts een ribbe of hoekpunt. Verder laat ze natuurlijk geen blokjes aan de buitenkant van de kubus weg.
Hoeveel blokjes heeft Sanne nu minimaal nodig om deze kubus te bouwen?

A) 365 B) 604 C) 665 D) 673 E) 702

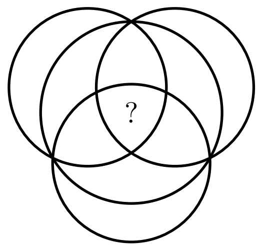
6. Peter begint met de getallen 1, 2, 3 en 4. Hij mag twee van zijn getallen weghalen en vervangen door hun som, product of verschil. Hij doet dit drie keer achter elkaar, zodat hij op het eind nog maar één getal over heeft.

Voorbeeld. Hij zou bijvoorbeeld de 2 en de 4 kunnen vervangen door $2 + 4 = 6$, daarna de 1 en de 3 vervangen door $3 - 1 = 2$, en ten slotte de 6 en de 2 vervangen door $8 = 2 + 6$. Hij zou dan dus 8 overhouden.

Welk van de volgende vijf getallen kan hij *niet* over houden?

A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

7. Vier cirkels begrenzen samen tien gebieden, zie de figuur. We willen de getallen 1 tot en met 10 verdelen over de tien gebieden (één getal per gebied). Dit moet zó gebeuren dat de getallen binnen elke cirkel bij elkaar opgeteld dezelfde uitkomst geven.
Welk getal komt op de plek van het vraagteken?



A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 7

8. Je hebt een collectie met hoeden. Elke hoed heeft drie kenmerken: de kleur (rood of blauw), de vorm (puntmuts of bolhoed) en het patroon (stippeltjes of streepjes). Je zet een aantal kabouters in een kamer en zet ze allemaal een hoed op. Geen twee kabouters krijgen dezelfde hoed, maar van elke twee kabouters moeten de hoeden wel minstens één kenmerk hetzelfde hebben (dus bijvoorbeeld allebei blauw). De kabouters zien hun eigen hoed niet, maar wel de hoeden van de anderen. Ze mogen niet met elkaar communiceren.
Hoeveel kabouters moet je minstens in de kamer zetten om zeker te weten dat een van hen een van de kenmerken van zijn hoed kan bepalen?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) Dat lukt voor geen enkel aantal kabouters.