

Junior Wiskunde Olympiade

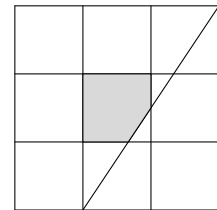
Opgaven deel 2



zaterdag 3 oktober 2015
Vrije Universiteit Amsterdam

- De opgaven in deel 2 zijn open vragen. Schrijf je antwoord op het antwoordformulier op de aangegeven plek. Een berekening of uitleg is niet nodig.
- Voor elk goed antwoord krijg je 3 punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of geodriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 45 minuten de tijd. **Veel succes!**

1. In de figuur hiernaast staat een vierkant met zijde 3 dat is opgedeeld in negen gelijke vierkantjes. Vervolgens is er een schuine lijn getrokken. In het middelste vakje is een vijfhoek ontstaan (grijs gekleurd).



Wat is de oppervlakte van deze vijfhoek?

2. Een palindroomgetal is een getal dat van links naar rechts gelezen precies hetzelfde is als van rechts naar links gelezen. Hierbij begint een getal nooit met het cijfer 0. Bij een palindroomgetal van zes cijfers wordt het palindroomgetal 21312 opgeteld. De uitkomst blijkt een palindroomgetal van zeven cijfers te zijn.

Wat is deze uitkomst?

3. Van zes nullen en zes enen maken we twee of meer getallen die we met elkaar vermenigvuldigen. Zo kunnen we de vermenigvuldiging $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1.000.000$ maken, of $10.011 \times 100 \times 1.100 = 1.101.210.000$.

Wat is de grootst mogelijke uitkomst die we zo kunnen krijgen?

4. Het hotel waar Pieter logeert heeft een begane grond en zeven verdiepingen. Pieter wil een zo lang mogelijke reis met de lift maken. Hij begint op een van de zeven verdiepingen en eindigt op de begane grond. Tussendoor reist hij van verdieping naar verdieping, maar stopt nooit bij een verdieping waar hij al eerder is geweest en ook nooit op de begane grond.

De afstand tussen twee opeenvolgende verdiepingen en tussen de begane grond en de eerste verdieping is steeds 3 meter. Als Pieter bijvoorbeeld van verdieping 3 naar 6 gaat, dan naar 4 en ten slotte naar de begane grond, dan reist hij in totaal $(3 + 2 + 4) \times 3 = 27$ meter.

Hoeveel meter lang kan zijn reis maximaal zijn?

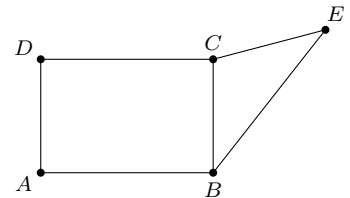
5. Hoeveel getallen van 3 cijfers (het eerste cijfer mag geen 0 zijn) zijn er met de eigenschap dat als je alle cijfers bij elkaar optelt de uitkomst groter is dan wanneer je alle cijfers met elkaar vermenigvuldigt?

6. De burgemeester van een stad wil een netwerk van sneltrams aanleggen. Zij wil dat aan de volgende voorwaarden wordt voldaan:

- Er zijn minstens twee verschillende tramlijnen.
- Elke tramlijn heeft precies drie haltes (begin- en eindhalte meegeteld).
- Voor elk tweetal haltes in de stad is er precies één tramlijn die beide haltes aandoet.

Hoeveel haltes moet de burgemeester minstens aanleggen om zo'n netwerk van tramlijnen te kunnen maken?

7. Gegeven is een rechthoek $ABCD$ en een punt E . Er geldt dat lijnstukken BE en BA even lang zijn en ook dat lijnstukken CE en CB even lang zijn. Verder is de oppervlakte van rechthoek $ABCD$ vier keer zo groot is als de oppervlakte van driehoek BCE . De lengte van de zijde AD is 10.



Wat is de lengte van de diagonaal AC ?

8. We bekijken invullingen van een 5×5 -bord waarbij in elk vakje een 1 of een 3 staat. Zo'n invulling heet *evenwichtig* als het volgende geldt:

- Als je een willekeurig 3×3 -vierkant van het bord neemt en daarvan alle getallen met elkaar vermenigvuldigt, en je doet hetzelfde met een willekeurig 4×4 -vierkant, dan is de uitkomst bij het 4×4 -vierkant altijd precies driemaal zo groot als de uitkomst bij het 3×3 -vierkant.

In de figuur hiernaast zie je een invulling die *niet* evenwichtig is. De getallen in het aangegeven 4×4 -vierkant zijn met elkaar vermenigvuldigd namelijk *negenmaal* zo groot als de getallen in het aangegeven 3×3 -vierkant met elkaar vermenigvuldigd.

Geef (op het antwoordblad) een evenwichtige invulling van het bord met in zoveel mogelijk vakjes een 3.

1	1	3	3	1
3	1	1	1	3
1	3	1	3	1
3	1	1	3	1
1	1	3	1	1