Tweede ronde
Nederlandse Wiskunde Olympiade

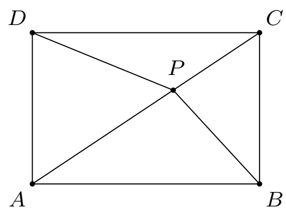
vrijdag 13 maart 2026

- Beschikbare tijd: 2,5 uur.
- De wedstrijd bestaat uit vijf B-opgaven en twee C-opgaven.
- Je mag geen rekenmachine of ander elektronisch hulpmiddel gebruiken en geen formulekaart; alleen een pen, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Veel succes!

B-opgaven

Bij de B-opgaven hoef je alleen het antwoord te geven (bijvoorbeeld een getal). Een uitleg is niet nodig. Voor een goed antwoord krijg je 4 punten en voor een fout of onvolledig antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is.
LET OP: geef je antwoorden in exacte en vereenvoudigde vorm zoals $\frac{11}{81}$ of $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ of $\frac{1}{4}\pi + 1$ of 3^{100}.

B1. In rechthoek $ABCD$ geldt $|AB| = 12$ en $|BC| = 8$. Op diagonaal AC ligt een punt P. De oppervlakte van vierhoek $ABPD$ is precies twee keer zo groot als de oppervlakte van vierhoek $BCDP$.
Wat is de oppervlakte van driehoek BCP?
Let op: het plaatje is niet op schaal.



B2. Op de bovenste rij van een 3×5-tabel staan de getallen 1 tot en met 5 in oplopende volgorde. Manon mag in de middelste rij ook de getallen 1 tot en met 5 schrijven, waarbij ze de volgorde zelf mag kiezen. In de onderste rij noteren we in elk vakje wat je krijgt als je de twee getallen erboven met elkaar vermenigvuldigt. De *waarde* van zo'n tabel krijg je door de vier kleinste getallen in de onderste rij op te tellen. Zo heeft de tabel in het bovenste voorbeeld een waarde van $3 + 10 + 6 + 5 = 24$ en die in het onderste voorbeeld heeft een waarde van $2 + 10 + 12 + 5 = 29$.
Wat is de maximale waarde die Manon zo kan bereiken?

1	2	3	4	5
3	5	2	4	1
3	10	6	16	5

1	2	3	4	5
2	5	4	3	1
2	10	12	12	5

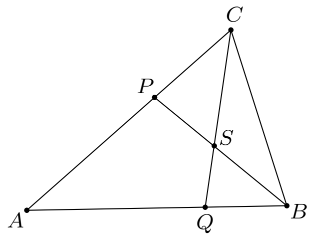
B3. Voor elk positief geheel getal maken we een eindige rij positieve gehele getallen door herhaaldelijk getallen aan de rij toe te voegen volgens de volgende regel: als t het laatste getal in de rij is en t is minstens 3, dan is het volgende getal gelijk aan

- $t/5$ als t deelbaar is door 5;
- het vijfvoud dat het dichtst bij t ligt als t niet deelbaar is door 5.

Als het laatste getal 1 of 2 is, dan stoppen we. Bijvoorbeeld, voor het getal 53 is de bijbehorende rij: 53, 55, 11, 10, 2.
Voor hoeveel begingetallen van 1 tot en met 200 is het laatste getal in de bijbehorende rij gelijk aan 1?

GA VERDER OP DE ACHTERKANT

B4. In driehoek ABC ligt punt P op zijde AC zodat $|AP| = |BP|$ en punt Q op zijde AB zodat $|AQ| = |CQ|$. Het snijpunt van BP en CQ heet S. Ten slotte geldt dat $|BQ| = |BS|$.
Wat is de grootte van $\angle A$ in graden?
Let op: het plaatje is niet op schaal.



B5. Tim heeft een krijtbord met daarop tweemaal het getal 1. Hij mag nu herhaaldelijk een van de twee getallen uitvegen, en het vervangen door het resultaat van de optelling van de twee getallen die zojuist op het bord stonden. Zo staan na één stap altijd de getallen 1 en 2 op het bord, en na twee stappen staan ofwel 1 en 3 op het bord, ofwel 2 en 3. Een tweetal getallen $\{A, B\}$ heet *onbereikbaar* als het niet mogelijk is dat A en B samen op het bord komen te staan.
Wat is het kleinste getal N zodat de negen tweetallen $\{2, N\}, \{3, N\}, \{4, N\}, \ldots, \{10, N\}$ allemaal onbereikbaar zijn?

GA VERDER OP DE VOLGENDE BLADZIJDE

C-opgaven

Bij de C-opgaven is niet alleen het antwoord van belang; er hoort ook een redenering bij die laat zien dat jouw antwoord klopt. Elke correct uitgewerkte C-opgave levert 10 punten op. Met een gedeeltelijke oplossing kunnen ook punten verdiend worden. Schrijf daarom alles duidelijk op en lever ook je kladpapier in.

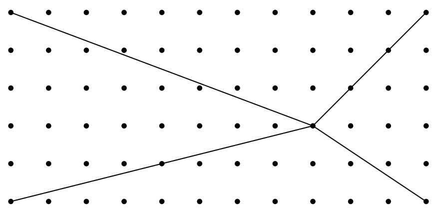
LET OP: Maak elke C-opgave op een apart vel papier en lever ook het bijbehorende kladpapier per opgave in.

C1. We noemen een $n \times n$-vierkant van gehele getallen *gebalanceerd* als in elke rij en in elke kolom de getallen 1 tot en met n in een of andere volgorde staan, en bovendien in elk 2×2-vierkantje geldt dat als je de vier getallen bij elkaar optelt, de uitkomst even is.

(a) Bestaat er een gebalanceerd vierkant voor $n = 6$? *(Zo ja, geef een voorbeeld en laat zien dat dit voldoet; zo nee, geef een bewijs waarom niet.)*

(b) Bestaat er een gebalanceerd vierkant voor $n = 7$? *(Zo ja, geef een voorbeeld en laat zien dat dit voldoet; zo nee, geef een bewijs waarom niet.)*

C2. In deze opgave bekijken we een wedstrijdzaal met tafels die staan opgesteld volgens een rechthoekig rooster. De afstand tussen twee opeenvolgende kolommen is steeds hetzelfde en die afstand is gelijk aan de afstand tussen elk tweetal opeenvolgende rijen. In het plaatje hieronder zie je een voorbeeld met 6 rijen en 12 kolommen, waarbij elk punt staat voor een tafel. Esther zit in dit voorbeeld aan de tafel op de 4de rij van boven en in de 9de kolom van links en kijkt achtereenvolgens naar de vier tafels op de hoekpunten. Op het lijnstuk tussen haar tafel en de tafel linksboven staat behalve haar eigen tafel precies 1 tafel, namelijk die ene tafel op de hoek. Op het lijnstuk van haar tafel naar rechtsboven staan behalve haar eigen tafel 3 tafels, op het lijnstuk naar rechtsonder staat 1 tafel, en op het lijnstuk naar linksonder staan 2 tafels. (Haar eigen tafel tellen we in deze opgave dus niet mee, maar de hoektafel wel.)



(a) Stel Esther zit op de 6e rij van een wedstrijdzaal waarvan we het aantal kolommen niet weten. Wat zijn nu de mogelijke aantallen andere tafels op het lijnstuk van haar tafel naar de tafel linksboven? *(Bewijs je antwoord.)*

(b) Stel Esther zit op de 11e rij van een wedstrijdzaal waarvan we het aantal kolommen niet weten. Wat zijn nu de mogelijke aantallen andere tafels op het lijnstuk van haar tafel naar de tafel linksboven? *(Bewijs je antwoord.)*

(c) In het voorbeeld ziet Esther in de vier richtingen achtereenvolgens 1, 3, 1 en 2 tafels. Bewijs dat er geen wedstrijdzaal bestaat waar Esther op een plek kan zitten zodat ze in de vier richtingen 1, 6, 10 en 15 tafels ziet (in een of andere volgorde).