

Tweede ronde

Nederlandse Wiskunde Olympiade



vrijdag 10 maart 2023

- Beschikbare tijd: 2,5 uur.
- De wedstrijd bestaat uit vijf B-opgaven en twee C-opgaven.
- Je mag geen rekenmachine gebruiken en geen formulekaart; alleen een pen, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Veel succes!

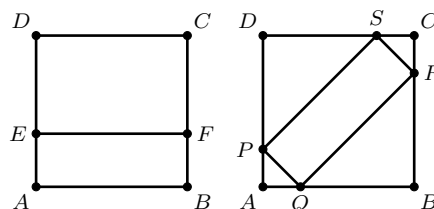
B-opgaven

Bij de B-vragen hoef je alleen het antwoord te geven (bijvoorbeeld een getal). Een uitleg is niet nodig. Voor een goed antwoord krijg je 4 punten en voor een fout of onvolledig antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is.

LET OP: geef je antwoorden in exacte en vereenvoudigde vorm zoals $\frac{11}{81}$ of $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ of $\frac{1}{4}\pi + 1$ of 3^{100} .

B1. Een lerares maakt van de getallen 1 tot en met 12 een grote breuk. Ze schrijft een deel van de getallen in de teller en zet \times -tekens tussen die getallen. De overige getallen zet ze in de noemer, weer met \times -tekens tussen die getallen. Zowel in de teller als in de noemer staat minstens één getal. Ze doet dit op zo'n manier dat de breuk gelijk is aan een zo klein mogelijk geheel getal. Wat is dit getal?

B2. In het linkervierkant is rechthoek $ABFE$ getekend. In het rechtervierkant is rechthoek $PSRQ$ getekend, waarbij zijden QR en PS evenwijdig zijn aan de diagonaal AC van het vierkant. De zijdes van beide vierkanten hebben lengte 6. Het blijkt dat rechthoeken $ABFE$ en $PSRQ$ precies dezelfde afmetingen hebben.



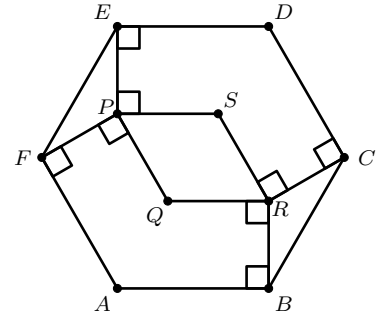
Wat is de lengte van AE ?

B3. De kreeft van een positief geheel getal is het getal dat ontstaat als je de cijfers ervan in omgekeerde volgorde noteert. Zo is de kreeft van 8267 gelijk aan 7628 en is de kreeft van 15620 gelijk aan 2651 (want de begin-nul valt altijd weg).

Wat is het kleinste positieve gehele getal n zo dat n min de kreeft van n gelijk is aan 12345678?

B4. Voor de tweede ronde van de Wiskunde Olympiade worden 999 leerlingen uitgenodigd. Melanie maakt uitnodigingsbrieven op volgorde van deelnemersnummer: 1, 2, 3, ... Voor sommige waarden van $n \geq 100$ valt haar het volgende op: het aantal deelnemersnummers van 1 t/m n dat op een 5 eindigt, is precies gelijk aan het getal gevormd door de laatste twee cijfers van n . Voor hoeveel waarden van n (met $100 \leq n < 1000$) geldt dit?

- B5.** De oppervlakte van de regelmatige zeshoek $ABCDEF$ hiernaast is 6. Bovendien zijn alle gemarkeerde hoeken rechte hoeken. Wat is de oppervlakte van de vierhoek $PQRS$?



C-opgaven

Bij de C-opgaven is niet alleen het antwoord van belang; er hoort ook een redenering bij die laat zien dat jouw antwoord klopt. Elke correct uitgewerkte C-opgave levert 10 punten op. Met een gedeeltelijke oplossing kunnen ook punten verdiend worden. Schrijf daarom alles duidelijk op en lever ook je kladpapier in.

LET OP: Maak elke C-opgave op een apart vel papier en lever ook het bijbehorende kladpapier per opgave in.

- C1.** Sara heeft 10 blokken genummerd 1 t/m 10. Ze wil alle blokken opstapelen tot een toren. Een blok mag alleen bovenop een blok met een hoger nummer, of op een blok met een nummer dat precies één lager is. Een voorbeeld is, van boven naar beneden: 2, 1, 5, 4, 3, 6, 7, 9, 8, 10. Hoeveel verschillende torens zijn mogelijk?
- C2.** Twee positieve gehele getallen met verschil 20 worden met elkaar vermenigvuldigd; hier wordt vervolgens nog 23 bij opgeteld.
- Wat is de kleinst mogelijke uitkomst die op 23 eindigt? *Geef deze uitkomst (en de twee bijbehorende getallen met verschil 20) en bewijs verder dat er geen kleinere uitkomst mogelijk is die op 23 eindigt.*
 - Is het mogelijk dat de uitkomst het kwadraat van een geheel getal is? *Geef een voorbeeld (en laat zien dat dat voldoet) of bewijs dat dit niet kan.*