

# Eerste ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade



18 januari – 4 februari 2021

- Beschikbare tijd: 2 uur (120 minuten).
- De A-vragen zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan. Voor een goed antwoord krijg je 2 punten, voor een fout antwoord 0 punten.
- Bij de B-vragen moet je een of meerdere getallen als antwoord geven. Voor een goed antwoord krijg je 5 punten en voor een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is.  
LET OP: geef je antwoorden in exacte vorm zoals  $\frac{11}{81}$  of  $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$  of  $\frac{1}{4}\pi + 1$  of  $3^{100}$ .
- Je mag geen rekenmachine gebruiken, geen formulekaart; alleen pen en papier, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Na afloop van de wedstrijd lever je het antwoordformulier, dit opgavenvel en kladpapier in. Vanaf 8 februari zijn de opgaven en uitwerkingen te vinden op [www.wiskundeolympiade.nl](http://www.wiskundeolympiade.nl).
- Veel succes!

## A-vragen

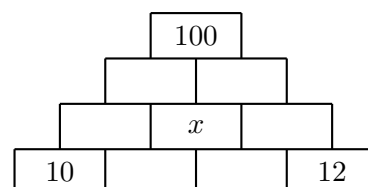
1. Voor gehele getallen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$  geldt dat het verschil tussen  $a$  en  $b$  gelijk is aan 2, het verschil tussen  $b$  en  $c$  gelijk aan 3 en het verschil tussen  $c$  en  $d$  gelijk aan 4. Welk van de onderstaande waarden kan niet het verschil tussen  $a$  en  $d$  zijn?

A) 1      B) 3      C) 5      D) 7      E) 9

2. In de piramide hiernaast geldt voor de hokjes in de bovenste drie rijen dat het getal in elk hokje gelijk is aan de getallen in de twee hokjes eronder bij elkaar opgeteld. Van drie hokjes is gegeven welk getal erin staat.

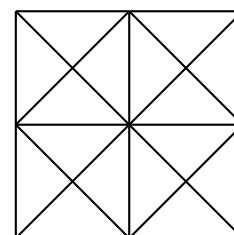
Welk getal moet in het hokje met  $x$  staan?

A) 17      B) 20      C) 23      D) 26      E) 39



3. Hoeveel driehoeken zijn er in de figuur hiernaast te vinden?

A) 32      B) 36      C) 40      D) 44      E) 64



4. In ieder vakje van het vierkante veld hiernaast komt een flatgebouw van hoogte 1, 2, 3, 4 of 5 zodat aan de volgende regels voldaan wordt:

- In iedere (horizontale) rij en (verticale) kolom komt iedere hoogte van een flatgebouw één keer voor.
- De getallen aan de zijkant van het vierkant zijn de hoogtes van de zichtbare flatgebouwen bij elkaar opgeteld. Het gaat dan om de flatgebouwen in die rij of kolom die (deels) zichtbaar zijn in het zijaanzicht vanaf het getal aan de zijkant. Als bijvoorbeeld de hoogtes 1, 3, 2, 5 en 4 in die volgorde op een rij staan, dan zijn vanaf de linkerkant de gebouwen met hoogte 1, 3 en 5 zichtbaar en vanaf de rechterkant de gebouwen met hoogte 4 en 5.

					8
4					8
			1		
				?	
3					
					6

Hoe hoog is het flatgebouw dat op de plek van het vraagteken komt?

- A) 1 hoog B) 2 hoog C) 3 hoog D) 4 hoog E) 5 hoog

5. Op het krijtbord staat het getal 1. Een *zet* bestaat eruit het getal op het bord weg te vegen en te vervangen door het dubbele van het getal of door het getal dat één kleiner is. Het getal 1 mag bijvoorbeeld vervangen worden door 2 (het dubbele) of 0 (één kleiner), en als het getal 5 op het bord staat, mag je dat vervangen door 10 of 4.

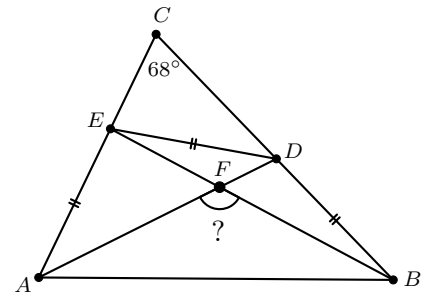
Wat is het minimale aantal zetten dat nodig is om het getal 2021 op het bord te schrijven?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

6. In driehoek  $ABC$  ligt op zijde  $BC$  een punt  $D$  en op zijde  $AC$  een punt  $E$  zodanig dat lijnstukken  $BD$ ,  $DE$  en  $AE$  allemaal even lang zijn. Het punt  $F$  is het snijpunt van de lijnstukken  $AD$  en  $BE$ . Hoek  $C$  is  $68^\circ$ .

Hoe groot is hoek  $F$  in driehoek  $AFB$ ?

- A)  $120^\circ$  B)  $121^\circ$  C)  $122^\circ$  D)  $123^\circ$  E)  $124^\circ$



7. Op het bord staan de gehele getallen 1 tot en met  $n$ . Een van de getallen wordt gewist. Het gemiddelde van de overgebleven getallen is  $11\frac{1}{4}$ .

Welk getal is gewist?

- A) 6 B) 7 C) 11 D) 12 E) 21

8. We rangschikken de positieve oneven getallen als volgt:

	1 kolom	2 kolom	3 kolom	4 kolom	5 kolom	6 kolom	⋮
rij 1	1	3	11	13	29	31	...
rij 2	5	9	15	27	33	...	
rij 3	7	17	25	35	...		
rij 4	19	23	37	...			
rij 5	21	39	...				
rij 6	41	...					
...	...						

We kunnen van elk oneven getal zeggen in welke rij en kolom het staat. Het getal 35 staat bijvoorbeeld in rij 3 en kolom 4.

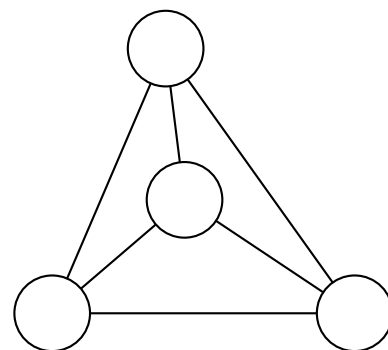
Welk getal staat er in rij 22 en kolom 24?

- A) 2021    B) 2023    C) 2025    D) 2027    E) 2029

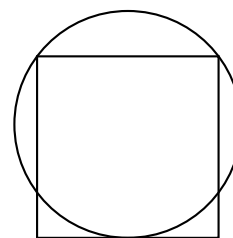
## B-vragen

1. We hebben twee gehele getallen van twee cijfers, die niet beginnen met een 0. Als je deze getallen bij elkaar optelt, krijg je het getal  $S$ . Als je van beide getallen de twee cijfers verwisselt en deze twee nieuwe getallen bij elkaar optelt, dan krijg je  $4S$ .  
Bepaal alle mogelijke paren van tweecijferige getallen waarvoor dit geldt. Geef in je antwoord duidelijk aan welke twee getallen bij elkaar horen.

2. In het diagram hiernaast schrijven we in elke rondje een getal. De getallen hoeven niet positief of geheel te zijn. Bij elk lijnstukje schrijven we het resultaat van de optelling van de twee getallen in de rondjes aan de eindpunten. Er blijken twee viertallen van getallen te zijn die we in de rondjes kunnen schrijven, zodat de getallen bij de lijnstukjes precies de getallen 0, 1, 2, 3, 4 en 5 zijn. Voor beide viertallen vermenigvuldigen we de vier getallen in de rondjes.  
Welke twee getallen komen uit de vermenigvuldigingen?



3. Gegeven zijn een cirkel met straal 1 en een vierkant, zodanig dat de cirkel een zijde van het vierkant raakt en bovendien twee hoekpunten van het vierkant op de cirkel liggen.  
Hoe lang zijn de zijdes van het vierkant?



4. We bekijken pincodes van vier cijfers. We zeggen dat een pincode een andere pincode *domineert* als van de eerste pincode elk cijfer minstens zo groot is als het corresponderende cijfer van de tweede pincode. Zo domineert 4961 bijvoorbeeld 0761, omdat  $4 \geq 0$ ,  $9 \geq 7$ ,  $6 \geq 6$  en  $1 \geq 1$ . We willen elke mogelijke pincode van 0000 tot en met 9999 een kleur geven, maar als een pincode een andere pincode domineert, mogen ze niet dezelfde kleur krijgen.  
Wat is het minimale aantal kleuren waarmee je dit kan doen?