

Eerste ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade



18 januari – 28 januari 2016

- Beschikbare tijd: 2 uur.
- De A-vragen zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan. Voor een goed antwoord krijg je 2 punten, voor een fout antwoord 0 punten.
- Bij de B-vragen hoef je enkel het antwoord te geven (bijvoorbeeld een getal). Een uitleg is niet nodig. Voor een goed antwoord krijg je 5 punten en voor een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is. LET OP: geef je antwoorden in exacte vorm zoals $\frac{11}{81}$ of $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ of $\frac{1}{4}\pi + 1$.
- Je mag geen rekenmachine gebruiken, geen formulekaart; alleen pen en papier, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Na afloop van de wedstrijd lever je het antwoordformulier, dit opgavenvel en eventueel kladpapier in. Vanaf 29 januari zijn de opgaven en uitwerkingen te vinden op www.wiskundeolympiade.nl.
- Veel succes!

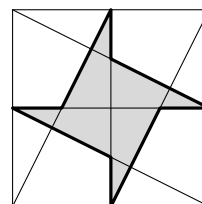
A-vragen

1. Frank heeft twee gehele getallen die bij elkaar opgeteld 26 zijn. Kees telt hier nog twee gehele getallen bij op en komt op 41. Pieter telt er nog twee gehele getallen bij op en komt op 58. Minstens hoeveel van de zes opgetelde getallen zijn *even*?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. In een vierkant met zijde 12 worden lijnstukken getekend tussen de hoekpunten en de middens van de zijden en tussen de middens van tegenoverliggende zijden (zie het plaatje hiernaast). Er ontstaat zo een stervormige figuur. Wat is de oppervlakte van deze figuur?

A) 12 B) 16 C) 20 D) 36 E) 48



3. Een positief geheel getal heet *volledig deelbaar* als het deelbaar is door elk van zijn cijfers. Deze cijfers moeten bovendien allemaal *verschillend* zijn (en ongelijk aan 0). Zo is 162 volledig deelbaar, want het is deelbaar door 1, 6 en 2.

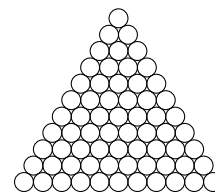
Hoeveel volledig deelbare getallen van twee cijfers zijn er?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. Een *acht* is een figuur bestaande uit twee gelijke cirkels die tegen elkaar aan zijn getekend, zoals ∞ , ∞ of ∞ . In de figuur zie je 66 cirkels die opgestapeld zijn in de vorm van een driehoek.

Hoeveel achten kun je in deze stapel vinden?

A) 99 B) 108 C) 120 D) 135 E) 165

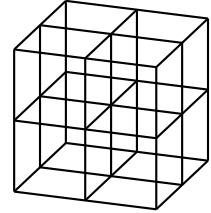


5. Vijf gehele getallen zijn rond een cirkel geschreven. Twee getallen die naast elkaar staan, zijn bij elkaar opgeteld nooit een drievoud (een *drievoud* is een getal dat deelbaar is door 3). Ook drie getallen naast elkaar zijn bij elkaar opgeteld nooit een drievoud.

Hoeveel van de vijf getallen zijn zelf een drievoud?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 2 en 3 kunnen allebei

6. In de figuur zie je een draadmodel van een $2 \times 2 \times 2$ -kubus bestaande uit 8 kubusjes met ribben van 1 dm. In totaal gebruikt de figuur 54 dm draad. Hoeveel dm draad is er nodig voor een draadmodel van een $10 \times 10 \times 10$ -kubus bestaande uit duizend kubusjes met ribben van 1 dm?



- A) 121 B) 1000 C) 1210 D) 3000 E) 3630

7. Een vierkant bord is opgedeeld in 4×4 vakjes. De vakjes zijn in eerste instantie allemaal wit. We willen nu zoveel mogelijk vakjes blauw kleuren, op zo'n manier dat elk blauw vakje precies één wit buurvakje heeft (twee vakjes zijn buuren als ze een zijde gemeenschappelijk hebben). Hoeveel vakjes kunnen we maximaal blauw kleuren?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

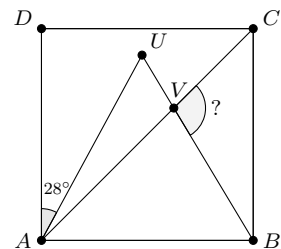
8. Voor drie *verschillende* positieve gehele getallen a , b en c geldt dat $a + 2b + 3c < 12$. Aan welke van de volgende ongelijkheden wordt nu zeker voldaan?

- A) $3a + 2b + c < 17$ B) $a + b + c < 7$ C) $a - b + c < 4$
 D) $b + c - a < 3$ E) $3b + 3c - a < 6$

B-vragen

1. We maken een lijst van alle positieve getallen waar 707070 deelbaar door is. We zetten deze getallen op volgorde van groot naar klein. Het eerste getal in de lijst is dus 707070 en het laatste is 1. Wat is het zevende getal in de lijst?
2. In de AO-taal bestaan alle woorden uit alleen A's en O's en elk mogelijk rijtje van A's en O's is een woord. Zo zijn er bijvoorbeeld acht drieletterwoorden: 'OOO', 'OOA', 'OAO', ..., 'AAO' en 'AAA'. Woorden die even vaak de lettercombinatie 'AO' bevatten als de lettercombinatie 'OA' zijn *speciaal*. Zo is 'AOAAOOOAA' speciaal want het woord heeft tweemaal de combinatie 'AO' en ook tweemaal de combinatie 'OA'. Geef een speciaal woord bestaande uit vier A's en vier O's, zodat als je een willekeurige letter weglaat, het overgebleven zevenletterwoord ook speciaal is.

3. Gegeven is een vierkant $ABCD$. In het vierkant ligt een punt U zodat BU en AB even lang zijn. Het snijpunt van BU en de diagonaal AC is V . Hoek DAU is gelijk aan 28 graden. Hoe groot is de hoek bij V in driehoek BVC ?



4. Zeven personen worden verdacht van diefstal:

Alex , een bruinharige man met blauwe ogen;	Eva , een bruinharige vrouw met blauwe ogen;
Boris , een blonde man met groene ogen;	Felix , een bruinharige man met bruine ogen;
Chris , een blonde man met bruine ogen;	Gaby , een blonde vrouw met blauwe ogen.
Denise , een blonde vrouw met bruine ogen;	

Detectives Helga, Ingrid en Julius weten dat één van de verdachten de dief is. Na wat speurwerk te hebben gedaan delen ze de volgende informatie in een dialoog.

Helga: "Ik weet de oog- en haarkleur van de dief, maar ik weet niet wie het is."

Ingrid heeft Helga niet gehoord en zegt:

"Ik weet de haarkleur en het geslacht van de dief, maar ik weet niet wie het is."

Julius ten slotte zegt:

"Eerst wist ik alleen het geslacht, maar na jullie uitspraken weet ik wie de dief is."

De detectives spreken de waarheid. Wie is de dief?