

Junior Wiskunde Olympiade

3 oktober 2008
Vrije Universiteit Amsterdam

Opgaven deel 1

- De opgaven in deel 1 zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter aan waarachter het goede antwoord staat.
- Voor elk goed antwoord krijg je twee punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of geodriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 60 minuten de tijd.
- Veel succes!

1. Een rechthoek is verdeeld in vier kleinere rechthoeken. De oppervlaktes van drie van de kleine rechthoeken zijn 6, 8 en 9 (zie de figuur hiernaast). Bepaal de oppervlakte van de vierde kleine rechthoek.

6	9
?	8

A) $4\frac{2}{3}$ B) 5 C) $5\frac{1}{3}$ D) $5\frac{2}{3}$ E) 7

2. We vermenigvuldigen alle oneven getallen tussen 0 en 100 met elkaar. Op welk cijfer eindigt het resultaat?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

3. Zes leerlingen zitten naast elkaar op zes stoelen, genummerd van 1 t/m 6. Nu staan ze allemaal tegelijk op en gaan ze opnieuw op een stoel zitten, en wel volgens onderstaande tabel.

opgestaan van stoel nummer	1	2	3	4	5	6
	↓	↓	↓	↓	↓	↓
gaan zitten op stoel nummer	4	3	1	6	5	2

Dit opstaan en weer gaan zitten doen ze 642 keer. Op welke stoel zit nu de leerling die aan het begin op stoel 1 zat?

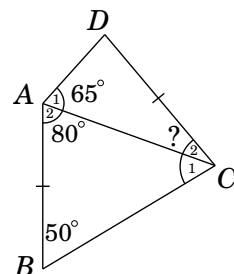
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

4. Bekijk de rij positieve gehele getallen 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, ... waarin het n -de positieve gehele getal precies n keer voorkomt. We delen het honderdste getal van deze rij door 5. Wat is de rest?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. In een vierhoek $ABCD$ zijn de zijden AB en CD even lang. Verder zijn drie hoeken gegeven: $\angle A_1 = 65^\circ$, $\angle A_2 = 80^\circ$ en $\angle B = 50^\circ$. Bepaal $\angle C_2$.

A) 30° B) 40° C) 50° D) 60° E) 65°



6. Hoeveel (positieve of negatieve) gehele getallen n zijn er zodat $\frac{12}{n+5}$ ook een geheel getal is?

A) 2 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

Ga verder op de achterkant.

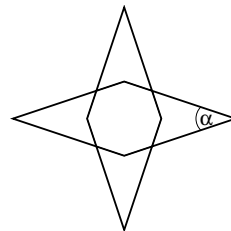
www.wiskundeolympiade.nl/junior

7. Wat is de uitkomst van

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{9}\right) \times \left(1 - \frac{1}{16}\right) \times \left(1 - \frac{1}{25}\right) \times \left(1 - \frac{1}{36}\right) \times \left(1 - \frac{1}{49}\right) ?$$

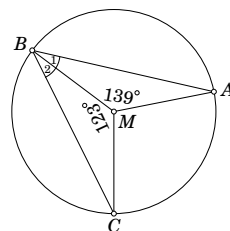
- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{7}$
8. Hoeveel getallen zijn er van de vorm $bbcac$, waarbij a , b en c cijfers $(0, 1, \dots, 9)$ voorstellen met $c > a$ en met b precies het gemiddelde van a en c ?
- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

9. Twee dezelfde ruiten liggen op elkaar, de één een kwartslag gedraaid ten opzichte van de ander. Gegeven is dat het gebied waar de ruiten overlappen, een *regelmatige* achthoek is: alle zijden zijn even lang en alle hoeken zijn even groot. Bepaal de kleinste hoek van de ruit, in de figuur aangegeven met α .



- A) $22,5^\circ$ B) 30° C) 40° D) 45° E) 60°
10. Hoeveel van de getallen $1, 2, 3, \dots, 2008$ zijn *niet* deelbaar door 2 en ook *niet* deelbaar door 5?
- A) 403 B) 603 C) 803 D) 1205 E) 1405
11. Een grote vijver wordt leeggepompt met behulp van drie pompen. Met alleen de eerste pomp zou het vier dagen duren om de vijver leeg te pompen, met alleen de tweede pomp drie dagen en met alleen de derde pomp twee dagen. Hoe lang (uitgedrukt in dagen) duurt het om de vijver leeg te pompen met alledrie de pompen tegelijk?
- A) $\frac{1}{9}$ dag B) $\frac{12}{13}$ dag C) 1 dag D) $\frac{13}{12}$ dag E) 3 dagen

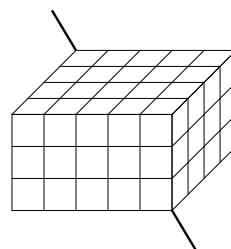
12. Door de hoekpunten A , B en C van een driehoek ABC gaat een cirkel met middelpunt M . Van de drie hoeken bij het middelpunt zijn er twee gelijk aan 123° en 139° (zie figuur). Wat is $\angle B_{12}$?



- A) 45° B) 49° C) 50° D) 51° E) 59°
13. Als we het getal $2^{2008} - 2^{2007} + 2^{2006} - 2^{2005} + 2^{2004} - 2^{2003} + 2^{2002} - 2^{2001}$ delen door het getal 2^{2000} , dan komt daar een geheel getal uit (dat wil zeggen, er is geen rest). Wat is dit getal?
- A) 4 B) 36 C) 72 D) 170 E) 200

14. Bekijk een getal $abcd$ bestaande uit de vier verschillende cijfers a , b , c en d (hierbij mag a niet gelijk aan 0 zijn). Gegeven is dat $abcd \times 11 = ac9bd$. Van de volgende vijf mogelijkheden kan het cijfer b er maar één zijn. Welke is dat?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. Een blok kaas bestaande uit $3 \times 4 \times 5$ kubusvormige kaasblokjes, wordt door een satéprikker doorboord langs een lichaamsdiagonaal. Hoeveel kaasblokjes worden door de satéprikker doorboord?



- A) 5 B) 8 C) 10 D) 11 E) 12