

Eerste ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade



vrijdag 27 januari 2012

- Beschikbare tijd: 2 uur.
- De A-vragen zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan. Voor een goed antwoord krijg je 2 punten, voor een fout antwoord 0 punten.
- Bij de B-vragen moet je een of meerdere getallen als antwoord geven. Voor een goed antwoord krijg je 5 punten en voor een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is.
LET OP: geef je antwoorden in exacte vorm zoals $\frac{11}{81}$ of $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ of $\frac{1}{4}\pi + 1$.
- Je mag geen rekenmachine gebruiken, geen formulekaart en geen schaar; alleen pen en papier, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Veel succes!

A-vragen

A1. Op de plaatsen van de sterretjes staan positieve gehele getallen op zo'n manier dat de vermenigvuldigingstabel hiernaast klopt.

Wat is het grootste getal dat meer dan één keer voorkomt in de 5×5 -tabel?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 18

×	*	*	*	7
*	24	*	*	56
*	*	36	8	*
*	*	27	6	*
6	18	*	*	42

A2. Een palindroomgetal is een getal dat van links naar rechts gelezen hetzelfde is als van rechts naar links gelezen, zoals 707 en 154451. Leon maakt een lijst van alle palindroomgetallen van vijf cijfers (getallen beginnen niet met een 0), gesorteerd van klein naar groot.

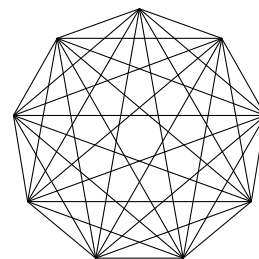
Wat is het 12e getal op Leons lijst?

- A) 11111 B) 11211 C) 12221 D) 12321 E) 12421

A3. Hiernaast zie je een regelmatige negenhoek met al zijn diagonalen. Hoeveel gelijkbenige driehoeken zijn er waarvan de drie verschillende hoekpunten ook hoekpunten van de negenhoek zijn?

(Een driehoek is gelijkbenig als twee of drie zijden dezelfde lengte hebben.)

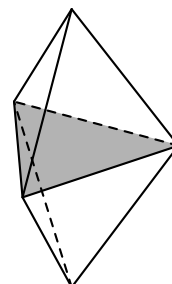
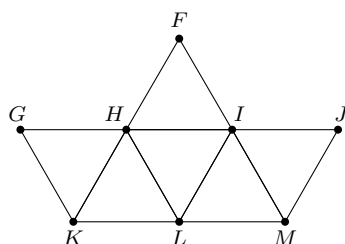
- A) 27 B) 30 C) 33 D) 36 E) 39



A4. Hieronder zie je een bouwplaat waarmee je een zogenaamde *dipiramide* kunt vouwen. Deze dipiramide zie je in het plaatje rechts.

Welke drie punten uit de bouwplaat worden na het vouwen hoekpunten van de grijze driehoek?

- A) F , G en L B) H , I en M C) G , H en I
D) H , K en L E) F , I en K



GA VERDER OP DE ACHTERKANT

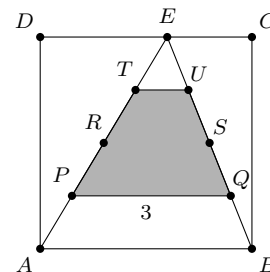
A5. Frank heeft een la waarin allemaal losse sokken zitten. Er zitten 10 rode sokken in en de rest van de sokken is blauw. Hij gaat blind een aantal sokken uit de la pakken en wil daarna twee sokken van een bepaalde kleur hebben. Om zeker te zijn van minstens twee rode sokken moet hij twee keer zoveel sokken pakken als om zeker te zijn van minstens twee blauwe sokken. Hoeveel sokken zitten er in totaal in de la?

- A) 14 B) 18 C) 26 D) 32 E) 40

A6. Op zijde CD van een vierkant $ABCD$ ligt een punt E . Lijnstuk AE wordt door de punten P , R en T in vier gelijke stukken verdeeld. Lijnstuk BE wordt door de punten Q , S en U in vier gelijke stukken verdeeld. Gegeven is dat $|PQ| = 3$.

Wat is de oppervlakte van vierhoek $PQUT$?

- A) $\frac{15}{4}$ B) 4 C) $\frac{17}{4}$ D) $\frac{9}{2}$ E) 5



A7. Carry heeft zes kaarten. Op elke kaart staat een positief geheel getal geschreven. Zij kiest drie kaarten en rekt de som uit van de getallen op die kaarten. Zij doet dit voor alle 20 mogelijke combinaties van drie kaarten. Tienmaal krijgt Carry als uitkomst 16 en tienmaal uitkomst 18. Wat is het kleinste getal dat op de kaarten voorkomt?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

A8. We bekijken een rij getallen die met $27, 1, 2012, \dots$ begint. Voor deze rij getallen geldt het volgende. Als we de getallen op plek 1, 2 en 3 in de rij optellen, krijgen we 2040. Van de getallen op plek 2, 3 en 4 is de som 2039 en van de getallen op plek 3, 4 en 5 is de som 2038, enzovoorts. Algemeen geldt dus: de getallen op plek k , $k + 1$ en $k + 2$ samen zijn $2041 - k$. Welk getal staat er op plek 2013 in de rij?

- A) -670 B) -669 C) 670 D) 1341 E) 1342

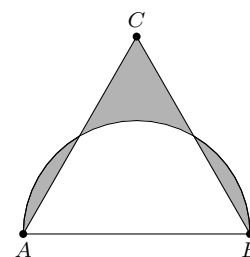
B-vragen

B1. We bekijken alle getallen van vijf cijfers. Hiervan zijn er a met de eigenschap dat het product van de cijfers gelijk is aan 25, en b met de eigenschap dat het product van de cijfers gelijk is aan 15.

Bepaal $\frac{a}{b}$.

B2. Een gelijkzijdige driehoek ABC heeft zijde 12. Een halve cirkel met middellijn AB snijdt de zijden AC en BC .

Bepaal de totale oppervlakte van het grijze gebied dat bestaat uit de twee cirkelsegmenten buiten de driehoek en het deel van de driehoek buiten de cirkel.



B3. Een aantal hokjes van een vel ruitjespapier vormen samen een rechthoek. Van deze hokjes liggen er evenveel *wel* als *niet* aan de rand van de rechthoek.

Hoeveel hokjes telt de rechthoek in totaal? Geef alle mogelijkheden.

B4. De bewerking \triangleleft voldoet voor alle positieve getallen x en y aan de volgende drie regels:

Regel 1: $(2x) \triangleleft y = \frac{1}{2} + (x \triangleleft y)$.

Regel 2: $y^2 \triangleleft x = x^2 \triangleleft y$.

Regel 3: $2 \triangleleft 2 = \frac{3}{2}$.

Bereken $32 \triangleleft 8$.