

Eerste ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade



vrijdag 4 februari 2011

- Beschikbare tijd: 2 uur.
- De A-vragen zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan. Voor een goed antwoord krijg je 2 punten, voor een fout antwoord 0 punten.
- Bij de B-vragen moet je een getal als antwoord geven. Voor een goed antwoord krijg je 5 punten en voor een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is.
LET OP: geef je antwoorden in exacte vorm zoals $\frac{11}{81}$ of $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ of $\frac{1}{4}\pi + 1$.
- Je mag geen rekenmachine gebruiken en geen formulekaart; alleen pen en papier, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Veel succes!

A-vragen

A1. De velden van een 4×4 -bord worden wit of zwart gekleurd. Naast elke rij en onder elke kolom staat aangegeven hoeveel velden in die rij of kolom zwart moeten zijn.

Op hoeveel manieren kan het bord gekleurd worden?

- A) 0 B) 1 C) 4 D) 5 E) 8

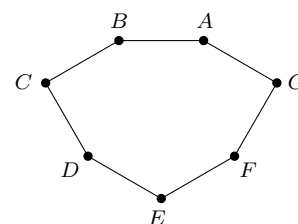
				2
				0
				1
				1
2	0	1	1	

A2. Vandaag is het 4 februari 2011. Deze datum wordt genoteerd als 04-02-2011. We kijken in deze opgave naar de eerstvolgende dag waarvan de datum met acht *verschillende* cijfers wordt geschreven. In welke maand valt die dag?

- A) januari B) maart C) juni D) oktober E) december

A3. Gegeven is zevenhoek $ABCDEFGG$, waarvan alle zijden lengte 2 hebben. Bovendien geldt: $\angle E = 120^\circ$, $\angle C = \angle G = 90^\circ$ en $\angle A = \angle B = \angle D = \angle F$. Wat is de oppervlakte van de zevenhoek?

- A) $10 + 2\sqrt{2}$ B) $8 + 3\sqrt{3}$ C) 14 D) $10 + 2\sqrt{6}$ E) $8 + 3\sqrt{6}$



A4. Aline, Bram en Cas doen mee aan een wiskundewedstrijd met 12 vragen. Vooraf zijn ze enigszins pessimistisch en doen ze de volgende uitspraken.

Aline: "Bram zal minstens twee vragen meer goed hebben dan ik."

Bram: "Ik zal niet meer dan vijf vragen goed hebben."

Cas: "Ik zal hoogstens zoveel vragen goed hebben als Aline."

Hun leraar probeert hun moed in te spreken en zegt: "Samen hebben jullie vast meer dan 18 vragen goed." Na afloop blijken zowel alle drie de leerlingen als hun leraar een foute voorspelling te hebben gedaan. Wie heeft/hebben het kleinste aantal vragen goed beantwoord?

- A) alleen Aline B) alleen Bram C) alleen Cas
D) zowel Aline als Bram E) dat kun je niet met zekerheid zeggen

GA VERDER OP DE ACHTERKANT

A5. Van de getallen 1 tot en met 100 wil Jaap er zoveel mogelijk (verschillende) op een blaadje papier schrijven. Er mogen geen twee getallen op het blaadje komen die bij elkaar opgeteld 125 zijn. Hoeveel getallen kan hij hoogstens op het blaadje schrijven?

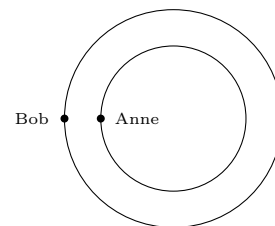
- A) 50 B) 61 C) 62 D) 63 E) 64

A6. Het getal $a = 11 \dots 111$ bestaat uit precies 2011 enen.

Wat is de rest van a bij deling door 37?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 7 E) 11

A7. Anne en Bob zitten in een kermisattractie. Ze bewegen in cirkels rond hetzelfde middelpunt en in dezelfde richting. Anne gaat één keer per 20 seconden rond, Bob één keer per 28 seconden. Op een gegeven moment zijn ze op de kleinst mogelijke afstand van elkaar (zie de tekening).



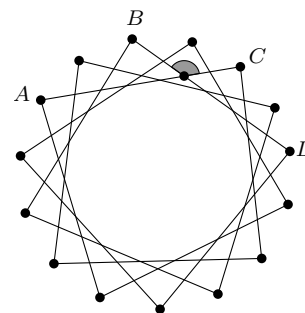
Hoeveel seconden duurt het daarna voordat Anne en Bob juist zo ver mogelijk van elkaar verwijderd zijn?

- A) 22,5 B) 35 C) 40 D) 49 E) 70

A8. De hoekpunten van een regelmatige vijftienhoek worden verbonden zoals in het plaatje. (Pas op: de afmetingen in het plaatje kloppen niet precies!)

Hoe groot is de hoek, aangegeven met een boogje, tussen AC en BD ?

- A) 130° B) 132° C) 135° D) 136° E) $137,5^\circ$



B-vragen

B1. Voor het getal x geldt: $x = \frac{1}{1+x}$. Bereken $x - \frac{1}{x}$. Vereenvoudig je antwoord zo ver mogelijk.

B2. In een warenhuis loopt een roltrap van de begane grond naar de eerste verdieping. Dion gaat met deze roltrap omhoog; hij zet hierbij zelf ook nog een aantal stappen in een vast tempo. Raymond loopt over dezelfde roltrap, tegen de richting in, van boven naar beneden en zet hierbij stappen in hetzelfde tempo als Dion. Ze nemen allebei één trede per stap. Dion is na precies 12 stappen boven; Raymond is na precies 60 stappen beneden.

Hoeveel stappen zou Dion nodig hebben om boven te komen als de roltrap stilstond?

B3. Zes padvinders gaan op speurtocht. Op zaterdag gaan ze naar het bos en op zondag gaan ze de bergen in. Op beide dagen moeten ze in tweetallen hun weg vinden. Hun leider wil ze voor elk van beide tochten in paren verdelen, zó dat niemand op de tweede dag dezelfde partner heeft als op de eerste dag. Op hoeveel manieren kan hij dat doen?

B4. In de figuur zie je een ‘spitsboog’ ABC en zijn ingeschreven cirkel. De spitsboog bestaat uit lijnstuk AB met lengte 1, cirkelboog BC met middelpunt A en cirkelboog AC met middelpunt B .

Hoe groot is de straal van de ingeschreven cirkel van de spitsboog?

