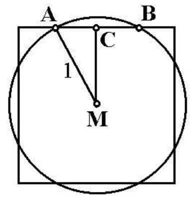
Eerste ronde 2004. Uitwerkingen.

A1. X zit er 3 naast en Y zit er 4 naast. Er worden geen opeenvolgende getallen geraden, dus X en Y zitten rondom het goede antwoord met als verschil $4+3=7$. Dat verschil komt alleen voor bij 90 en 97. Dus het juiste aantal is 93 of 94. Iemand zat er 7 naast en dat kan dus alleen Dirk geweest zijn met 101. Het exacte aantal is dus 94.

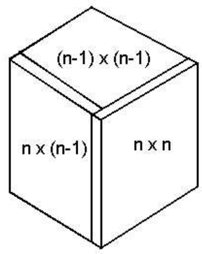


A2. De oppervlakte van de cirkel is gelijk aan π. De oppervlakte van het vierkant is dus ook π en de zijde van het vierkant is $\sqrt{\pi}$.

$MC = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$ en $AM = 1$.

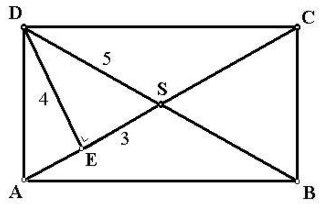
Met Pythagoras: $(\frac{1}{2}AB)^2 = AC^2 = 1^2 - (\frac{1}{2}\sqrt{\pi})^2 = 1 - \frac{1}{4}\pi$.

Dus $AB^2 = 4-\pi$ en $AB = \sqrt{4-\pi}$.



A3. Als je de kubus zo bekijkt dat je drie zijvlakken ziet dan tel je op het eerste zijvlak n^2 kubusjes, op een tweede zijvlak $n\times(n-1)$ nog niet getelde kubusjes en op het derde zijvlak $(n-1)\times(n-1)$ nog niet getelde kubusjes.

Totaal dus $n^2+(n^2-n)+(n^2-2n+1)=3n^2-3n+1$ kubusjes.



A4. $DS = AS$ dus $AE = 2$. $AD^2 = 4^2+2^2 = 20$.
Bekijk driehoek ABD. $BD = 10$, dus $BD^2 = 100$.
Met Pythagoras vinden we direct:
$AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

A5. Als de groep dammers uit 6 personen bestaat dan speelt elke dammer tegen 5 andere dammers, in totaal dus 6×5 partijen maar elke partij is dan wel tweemaal geteld dus er worden 15 partijen gespeeld.

Algemeen: bij n dammers worden $\dfrac{n(n-1)}{2}$ partijen gespeeld. We maken een lijstje:

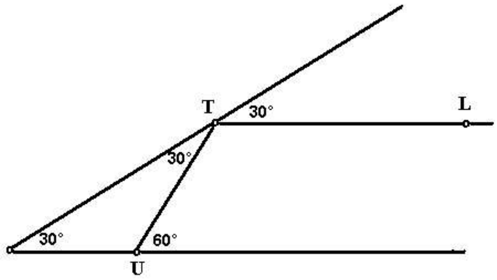
aantal spelers	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	≥ 15
aantal partijen	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91	≥ 105

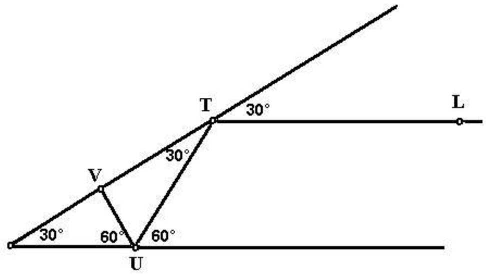
Alleen de getallen 45 en 55 geven samen 100. Dus er zijn in totaal $10+11=21$ spelers.

B1. $100a+10b+c = 300c+30b+3a+a+b+c$ dus $300c+21b=96a$ ofwel $100c+7b=32a$ met a, b en c geheel en $a,b,c\leq 9$.
Omdat 100 en 32 beide een viervoud zijn moet b ook een viervoud zijn. Dus blijft over het probleem: zijn er oplossingen voor a en c voor $b=0$, $b=4$ en $b=8$?
- $b=0$, dan $100c=32a$ dus $25c=8a$ en dus $a=25, 50, \ldots$ en dat geeft geen oplossingen.
- $b=4$, dan $25c+7=8a$ of $8a-7=25c$. Alleen $a=4, c=1$ geeft een oplossing.
- $b=8$, dan $8a-14=25c$. Alleen $a=8, c=2$ geeft een oplossing.

In totaal zijn er dus twee oplossingen, 441 en 882.

B2. In de figuur hiernaast staat getekend hoe het lichtsignaal aan de eerste spiegel weerkaatst wordt. Bij *T* krijg je twee hoeken van 30°. Het lichtsignaal treft de tweede spiegel in het punt *U*. *TU* maakt een hoek van 60° met de spiegel. Diezelfde hoek maakt het lichtsignaal bij het verlaten van de spiegel in *U*. Het gevolg is dat het signaal de eerste spiegel in *V* loodrecht treft (zie de tweede figuur).Daardoor gaat het lichtsignaal via *U* en *T* weer naar *L* terug. De totale weg die het lichtsignaal aflegt wordt dus de lengte van het pad *LTUVUTL*.
$LT = 6$, $VT = 3$, dus $VU = \sqrt{3}$ en $UT = 2\sqrt{3}$
De totale lengte wordt dus:
$2 \times (6 + 2\sqrt{3} + \sqrt{3}) = 12 + 6\sqrt{3}$





B3. De beide breuken moeten kleiner dan 1 zijn, dus moet gelden $x \geq 3, y \geq 4$. Neem eerst $x = 3$, dan moet gelden 3/*y* =1/3 dus $y = 9$. Voor $y > 9$ zijn er geen oplossingen meer, omdat de som van de twee breuken dan kleiner dan 1 wordt. Neem vervolgens $y = 4$, dan moet gelden 2/*x* =1/4 en dus $x = 8$. Voor $x > 8$ zijn er ook geen oplossingen meer omdat dan de som van de twee breuken weer kleiner dan 1 wordt. Door voor *x* de waarden tussen 3 en 8 te proberen vind je nog twee oplossingen.
Alle oplossingen (x, y): (3,9),(4,6),(5,5) en (8,4).

B4. De kinderen A t/m E zaten in die volgorde op de stoelen, dat noteren we als ABCDE.
Veronderstel dat A op stoel 2 gaat zitten.
Op de eerste stoel gaat:

B zitten, dan zijn er twee mogelijkheden voor C, D en E om op stoel 3, 4 en 5 te gaan zitten, namelijk BAECD en BADEC.
C zitten, dan zijn er drie mogelijkheden voor B, D en E om op stoel 3, 4 en 5 te gaan zitten, namelijk CABED, CAEBD en CADEB.
D zitten, dan zijn er weer drie mogelijkheden (vergelijk C op stoel 1).
E zitten, dan zijn er weer drie mogelijkheden (vergelijk weer C op stoel 1).

Dus 11 mogelijkheden waarbij A op stoel 2 zit.
Evenzo zijn er 11 mogelijkheden in de gevallen dat A op stoel 3, 4 of 5 gaat zitten. In totaal zijn er dus $4 \times 11 = 44$ mogelijkheden waarbij iedereen op een andere stoel gaat zitten.