



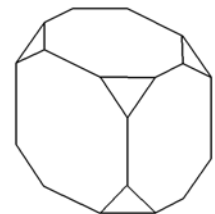
opgaven voor de eerste ronde
vrijdag 21 januari 2000
beschikbare tijd: 120 minuten

Lees voor je begint het volgende:

- Van elke opgave wordt alleen het eindantwoord gevraagd, geen tussenoplossingen of uitwerkingen.
Werk dus rustig en nauwkeurig; een rekenfout kan maken dat je oplossing helemaal fout wordt gerekend. LET OP! Geef je antwoorden in exacte vorm, zoals bijvoorbeeld: $\frac{17}{81}$, $\sqrt{\sqrt{\frac{2143}{22}}}$, $\pi+1$
- Het is een wedstrijd en geen examen. Daarom is het te verwachten dat maar weinigen alle antwoorden goed zullen hebben. Maak je dus niet ongerust als je maar een deel van de opgaven hebt opgelost.
Het gaat er ook om dat je plezier hebt aan het werken aan ongewone wiskundeopgaven.
- Het gebruik van tabellen en zakrekenmachines is dit jaar nog toegestaan.
- De waardering is als volgt: Categorie A twee punten per opgave en categorie B drie punten per opgave.

A1 Hoeveel positieve gehele getallen kleiner dan 1000 zijn er met de som van de cijfers gelijk aan 7 ?

A2 Van een kubus wordt bij elk van de acht hoekpunten een stukje afgezaagd, zodat er in plaats van een hoekpunt een driehoekig zijvlakje ontstaat met drie hoekpunten. Elk tweetal van de 24 hoekpunten van het zo ontstane lichaam wordt verbonden door een lijnstuk.
Hoeveel van deze lijnstukken liggen, op de eindpunten na, geheel binnen het lichaam?



A3 Een getal mag met de volgende twee spelregels gewijzigd worden:

- het mag met 3 worden vermenigvuldigd,
- er mag 1 bij worden opgeteld.

Het eenmaal gebruiken van een van deze twee regels noemen we een zet.

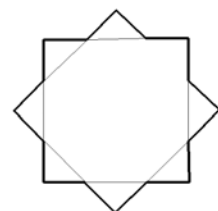
Je begint met het getal 0. Hoeveel zetten kost het je minimaal om 2000 te bereiken?

A4 $n = 99 + 999 + 9999 + \dots + 9999\dots9999$, waarbij het laatste getal uit 100 negens bestaat.

Hoe vaak komt het cijfer 1 voor in n ?

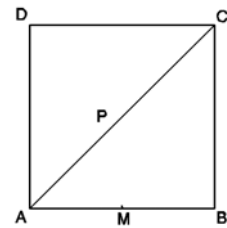
A5 Een achthoekige ster bestaat uit twee vierkanten die over elkaar heengelegd zijn. Zie de figuur. De zijden van de vierkanten hebben lengte 10.

Bereken de oppervlakte van de achthoekige ster.



B1 Geef het kleinste positieve gehele getal dat deelbaar is door 26, eindigt op 26 en waarvan de som van de cijfers gelijk is aan 26.

B2 De zijden van vierkant $ABCD$ hebben een lengte 6. M is het midden van AB , P ligt op diagonaal AC zó dat $MP + PB$ zo klein mogelijk is.



Bereken de lengte van AP .

B3 Een machine om speelkaarten te schudden verandert de volgorde van de ingevoerde kaarten altijd op dezelfde manier. Als 13 speelkaarten in de volgorde

Aas,2,3,4,5,6,7,8,9,10,Boer, Vrouw,Heer ingevoerd worden, dan komen ze er in de volgorde

6,Aas,7,4,2,9,Heer,Boer,10,Vrouw,8,5,3 weer uit.
Hoe vaak moeten de kaarten minimaal door de machine geschud worden voor ze er in de oorspronkelijke volgorde weer uit komen?

B4 De breuk $\frac{abbbb}{bbbbc}$ kan vereenvoudigd worden tot $\frac{a}{c}$. Daarbij stellen de letters a,b,c drie

verschillende cijfers voor. Voorbeeld: neem $a = 4, b = 9, c = 8$, dan staat er $\frac{49999}{99998} = \frac{4}{8}$.

Er bestaan naast het voorbeeld nog meer combinaties van drie verschillende cijfers met de gevraagde eigenschap.

Bepaal al die combinaties.

Het werk van de Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade wordt mogelijk gemaakt door financiële bijdragen en steun van:

Het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen

De Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Het Wiskundig Genootschap

De Universiteit van Eindhoven

Het Cito

De Hogeschool van Utrecht

Educatieve Partners Nederland

Woltersgroep Groningen

AKZO/NOBEL

SHELL