

Junior Wiskunde Olympiade

Opgaven deel 2



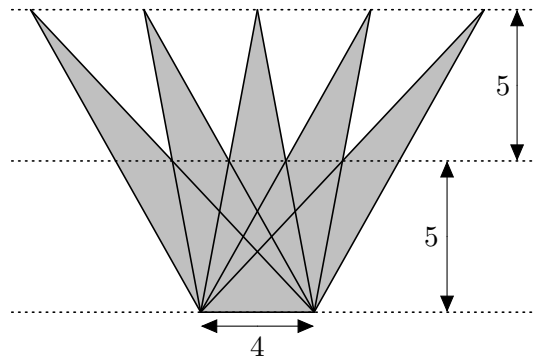
zaterdag 30 september 2017
Vrije Universiteit Amsterdam

- De opgaven in deel 2 zijn open vragen. Schrijf je antwoord op het antwoordformulier op de aangegeven plek. Een berekening of uitleg is niet nodig.
- Voor elk goed antwoord krijg je 3 punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of geodriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 45 minuten de tijd. **Veel succes!**

1. Stef heeft 18 munten, waarvan er 17 identiek zijn en eentje afwijkend is; die laatste is iets lichter. Samen wegen de 18 munten 214 gram. Stef laat twee willekeurige munten weg en weegt de andere 16: die wegen samen 190 gram. Hoeveel weegt de afwijkende munt?

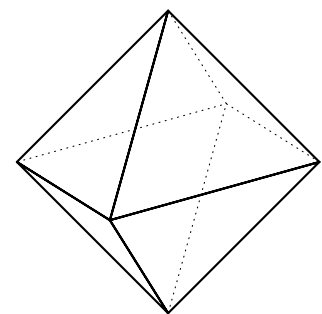
2. We noemen een positief geheel getal *evenwichtig* als de eerste twee cijfers gemiddeld 2 zijn, de eerste drie cijfers (als die allemaal bestaan) gemiddeld 3, de eerste vier cijfers (als die allemaal bestaan) gemiddeld 4, enzovoorts. Wat is het grootste evenwichtige getal?

3. Wat is de oppervlakte van deze kroon?
Let op: de afbeelding is niet op schaal.



4. Op een klok staan de getallen 1 tot en met 12 om de uren aan te geven. Ernie heeft deze twaalf getallen onderling verwisseld en wel zo dat getallen die naast elkaar staan steeds 2 of 3 verschillen. De 12 staat gelukkig nog op de juiste plek, maar waar de 1 hoort staat nu de 9. Welk getal heeft Ernie op de plek van de 9 gezet?

5. De getallen 1 tot en met 8 worden verdeeld over de zijvlakken van een regelmatig achthoekig vlak. Bij elk hoekpunt bekijken we de vier zijvlakken die in dat punt samenkomen en tellen we de bijbehorende vier getallen bij elkaar op. Bij vier hoekpunten krijgen we dezelfde uitkomst. Bij een vijfde hoekpunt krijgen we 16 als uitkomst. Wat is de uitkomst bij het zesde hoekpunt?



6. Als a , b , c en d cijfers zijn, dan bedoelen we met \overline{abcd} het getal dat je krijgt door de cijfers a , b , c en d achter elkaar te zetten.
De getallen \overline{abcd} en \overline{cbad} zijn beide een kwadraat. Het getal \overline{bad} is een derde macht.
Bereken het getal \overline{abcd} .
7. Een vakkenvuller stapelt chipskokers in de supermarkt. Er zijn kleine en grote kokers. Drie kleine op elkaar gestapeld zijn precies even hoog als één grote. De vakkenvuller maakt een stapel van 12 kleine kokers. Daarnaast maakt hij nog meer stapels die precies even hoog zijn, maar elke stapel is anders. (Als de ene stapel begint met een kleine en daarna een grote koker en de andere stapel begint met een grote en daarna een kleine, dan zijn het verschillende stapels.)
Hoeveel verschillende stapels kan hij maken, inclusief de eerste?
8. Je mag een getal verzinnen dat bestaat uit vijf verschillende cijfers. Het cijfer 0 mag *niet* gebruikt worden. Daarna mag je vijf keer achter elkaar twee cijfers die naast elkaar staan van plek verwisselen. Ten slotte bereken je het verschil tussen jouw begingetal en jouw eindgetal.
Hoe groot kan deze uitkomst maximaal zijn?

Voorbeeld. Je zou bijvoorbeeld het getal 47632 kunnen kiezen en dan achtereenvolgens 46732, 46372, 46327, 43627 en 34627 maken. Het verschil tussen begingetal en eindgetal is dan $47632 - 34627 = 13005$.