Eerste ronde
Nederlandse Wiskunde Olympiade

22 januari – 1 februari 2018

- Beschikbare tijd: 2 uur.
- De A-vragen zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan. Voor een goed antwoord krijg je 2 punten, voor een fout antwoord 0 punten.
- Bij de B-vragen moet je een of meerdere getallen als antwoord geven. Voor een goed antwoord krijg je 5 punten en voor een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is.
  LET OP: geef je antwoorden in exacte vorm zoals $\frac{11}{81}$ of $2+\frac{1}{2}\sqrt{5}$ of $\frac{1}{4}\pi+1$.
- Je mag geen rekenmachine gebruiken, geen formulekaart; alleen pen en papier, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Na afloop van de wedstrijd lever je het antwoordformulier, dit opgavenvel en eventueel kladpapier in. Vanaf 2 februari zijn de opgaven en uitwerkingen te vinden op `www.wiskundeolympiade.nl`.
- Veel succes!

A-vragen

1. In een klaslokaal staan stoelen en krukken. Op elke stoel en op elke kruk zit een kind. Elke stoel heeft 4 poten, elke kruk heeft 3 poten en elk kind heeft 2 benen. Bij elkaar geeft dit een totaal van 39 poten en benen.
Hoeveel stoelen staan er in de klas?

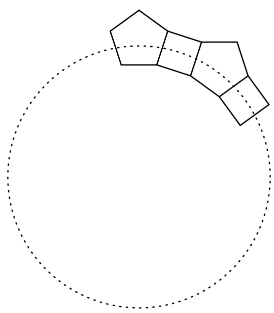
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

2. Op een eiland wonen ridders en schurken. Ridders spreken altijd de waarheid en schurken liegen altijd. Je komt op het eiland vijf mensen tegen en je weet dat vier van hen een ridder zijn en dat één van hen een schurk is, maar je weet niet wie. Ze doen de volgende uitspraken over de eilandbewoners:

- A: "Alle schurken hebben schoenmaat 40."
- B: "Alle mensen met schoenmaat 40 hebben een goudvis."
- C: "Alle mensen met een goudvis zijn schurken."
- D: "Ik heb schoenmaat 40."
- E: "Ik heb een goudvis."

Wie van hen is de schurk?

A) A B) B C) C D) D E) E



3. Als je de getekende keten van vierkanten en regelmatige vijfhoeken op dezelfde manier voortzet, sluit hij dan na helemaal rond te gaan precies op zichzelf aan? Zo ja, hoeveel vijfhoeken bevat de keten dan in totaal?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) Het sluit niet aan.

GA VERDER OP DE ACHTERKANT

4. Julian wil een zo lang mogelijke lijst van getallen maken. Elk getal op de lijst moet bestaan uit één of meer van de cijfers 1 tot en met 9. Bovendien moet gelden dat

- elk van de cijfers 1 tot en met 9 precies één keer gebruikt wordt;
- geen enkel getal uit de lijst deelbaar is door een ander getal uit de lijst.

Uit hoeveel getallen kan de lijst van Julian maximaal bestaan?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. Op een feestje zijn negen mensen. Bij binnenkomst hebben sommige mensen elkaar begroet door elkaar een hand te geven. Quintijn is op het feestje aanwezig en vraagt aan alle anderen hoeveel mensen ze een hand hebben gegeven. Hij krijgt acht verschillende antwoorden.
Hoeveel mensen heeft hij zelf een hand gegeven?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. Birgit bekijkt positieve gehele getallen n waarvoor geldt dat n deelbaar is door 4, $n+1$ deelbaar door 5 en $n+2$ deelbaar door 6.
Hoeveel van zulke getallen n bestaan er die kleiner zijn dan 2018?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 33 E) 34

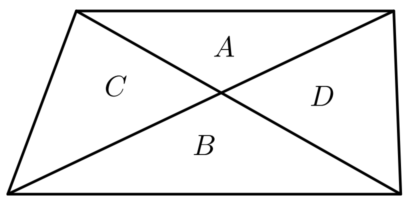
7. Een kikker bevindt zich in het vlak op het punt met coördinaten $(0, 0)$. Hij kan drie verschillende soorten sprongen doen:

- van (x, y) naar $(x, y - 5)$;
- van (x, y) naar $(x - 2, y + 3)$;
- van (x, y) naar $(x + 4, y + 9)$.

Verderop zitten drie sappige hapjes die de kikker graag zou willen opeten: een worm op $(2013, 2018)$, een kever op $(2018, 2019)$ en een slak op $(2018, 2023)$.
Welke van deze hapjes kan de kikker bereiken?

A) de worm en de slak B) de kever en de slak C) de worm en de kever
D) alleen de kever E) alleen de slak

8. Harold tekent een trapezium met parallelle boven- en onderzijde. De lengte van de bovenzijde is kleiner dan de lengte van de onderzijde. De twee diagonalen delen het trapezium op in vier driehoeken. De oppervlakte van de bovenste driehoek noemen we A, de onderste B, de linker C en de rechter D. Een voorbeeld van zo'n trapezium zie je rechts.



Welke van de volgende vergelijkingen geldt altijd, onafhankelijk van welk trapezium Harold precies tekent?

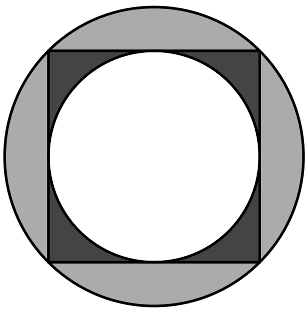
A) $A + C = B + D$ B) $A + D = B + C$ C) $A + B = C + D$
D) $A : B = D : C$ E) $A : C = D : B$

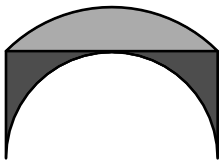
B-vragen

1. Drie jaar geleden was Rosa's moeder precies vijfmaal zo oud als Rosa toen was. Rosa's moeder was toen precies even oud als Rosa's oma was op het moment dat Rosa's moeder werd geboren. Nu is Rosa's oma precies zeven keer zo oud als Rosa zelf.
Hoe oud is Rosa's moeder nu?

2. Nanda en Mike hebben allebei een briefje met hetzelfde getal van vijf cijfers erop. Nanda zet het cijfer 4 voor haar getal en het cijfer 8 erachter zodat ze een getal van zeven cijfers krijgt. Mike zet een cijfer voor zijn getal. Wanneer ze hun nieuwe getallen vergelijken, blijkt Nanda's getal precies 6 keer zo groot te zijn als dat van Mike.
Met welk getal zijn ze begonnen?

3. We bekijken een vierkant, de cirkel door de hoekpunten van het vierkant en de cirkel die raakt aan de vier zijden van het vierkant (zie de linkerfiguur). Het oppervlak van de ring tussen de twee cirkels is verdeeld in vier donkere stukken (binnen het vierkant) en vier lichte stukken (buiten het vierkant). De oppervlakte van het vierkant is 60.





Wat is de gezamelijke oppervlakte van twee donkere stukken en één licht stuk, zoals afgebeeld in de rechterfiguur?

4. Elisa maakt zogenaamde *schijndobbelstenen.* Op elk zijvlak van een schijndobbelsteen staat een van de getallen 1 tot en met 6, maar niet elk getal hoeft voor te komen en sommige getallen mogen vaker voorkomen. Echter, van alle kanten moet het wel lijken alsof het een echte dobbelsteen is. Dat wil zeggen: in elk hoekpunt komen drie verschillende getallen samen en geen twee daarvan zijn samen 7 (op een echte dobbelsteen zitten zulke paren getallen namelijk altijd tegenover elkaar). De getallen 1, 2 en 4 mogen bijvoorbeeld wel samenkomen in een hoek, maar 1, 2 en 5 niet omdat $2 + 5 = 7$. Een gewone dobbelsteen telt natuurlijk ook als een schijndobbelsteen.

Elisa is geïnteresseerd in de ogensom van de schijndobbelsteen: de zes getallen van de schijndobbelsteen bij elkaar opgeteld.
Hoeveel verschillende mogelijkheden zijn er voor de ogensom van een schijndobbelsteen?