

TOETS TRAININGSKAMP

Valkenswaard, 13 juni 2009

1. Zij $n \geq 10$ een geheel getal. We schrijven n in het tientallig stelsel. Zij $S(n)$ de som van de cijfers van n . Een *stomp* van n is een positief geheel getal dat verkregen is door een aantal (minstens één, maar niet alle) cijfers van n aan het rechteruiteinde weg te halen. Bijvoorbeeld: 23 is een stomp van 2351. Zij $T(n)$ de som van alle stompen van n .

Bewijs dat $n = S(n) + 9 \cdot T(n)$.

2. Zij ABC een driehoek, punt P het midden van BC en punt Q op lijnstuk CA zodat $|CQ| = 2|QA|$. Zij S het snijpunt van BQ en AP . Bewijs dat $|AS| = |SP|$.

3. Laat a , b en c positieve reële getallen zijn die voldoen aan $a + b + c \geq abc$. Bewijs dat

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq \sqrt{3}abc.$$

4. Vind alle functies $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ die voldoen aan

$$f(m+n) + f(mn-1) = f(m)f(n) + 2$$

voor alle $m, n \in \mathbb{Z}$.

5. Van een gegeven n -hoek met alle zijden even lang hebben alle hoekpunten rationale coördinaten. Bewijs dat n even is.