

Junior Wiskunde Olympiade

Opgaven deel 2



zaterdag 4 oktober 2014
Vrije Universiteit Amsterdam

- De opgaven in deel 2 zijn open vragen. Schrijf je antwoord op het antwoordformulier op de aangegeven plek. Een berekening of uitleg is niet nodig.
- Voor elk goed antwoord krijg je 3 punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of goedriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 45 minuten de tijd. **Veel succes!**

1. Een lid van een groep van tien vrienden neemt een zak snoepjes mee om onderling te verdelen. Hijzelf, die wat meer van snoep houdt dan de rest, neemt een kwart van alle snoepjes. Een andere vriend pakt er 30. Nummer drie neemt 10% van wat er dan nog over is. De overige vrienden verdelen de rest van de snoepjes gelijkmatig onder elkaar. Het aantal snoepjes in de zak was minder dan 500 en iedereen kreeg minstens één snoepje. Hoeveel snoepjes zaten er in de zak?

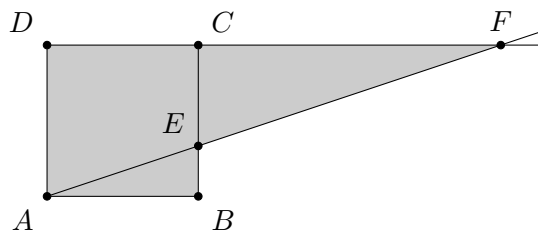
2. We hebben 36 balletjes die genummerd zijn van 1 t/m 36. We willen de balletjes in dozen doen op zo'n manier dat aan de volgende twee eisen is voldaan:

- (1) In iedere doos zitten ten minste 2 balletjes.
- (2) Als je uit een doos twee balletjes pakt, dan zijn de twee nummers van die balletjes opgeteld altijd een veelvoud van 3.

Wat is het kleinste aantal dozen waarmee dit kan?

3. Gegeven is vierkant $ABCD$. Vanuit A wordt een lijn getrokken die zijde BC snijdt in punt E en het verlengde van zijde CD in punt F . De lengtes van de lijnstukken BE en EC verhouden zich als 1 : 2. De oppervlakte van het gehele grijze gebied is gelijk aan 60.

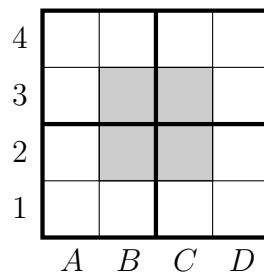
Wat is de oppervlakte van het vierkant?



4. We willen een briefje van 200 euro wisselen in briefjes van 5, 10 en 20 euro. Eén mogelijkheid is om te wisselen in 5 briefjes van 20 euro, 6 briefjes van 10 euro en 8 briefjes van 5 euro. Een andere mogelijkheid is om te wisselen in 20 briefjes van 10 euro.

Hoeveel mogelijkheden zijn er in totaal om het briefje van 200 euro te wisselen voor briefjes van 5, 10 en 20 euro?

5. Door een aantal kleine kubusjes (allemaal even groot) netjes te stapelen, wordt een grote kubus gebouwd. Twee kleine kubusjes die met een zijvlak tegen elkaar aan liggen noemen we *buren* van elkaar. Een kubusje kan dus niet meer dan zes buren hebben. Het aantal kleine kubusjes dat precies vier buren heeft, is 96. Hoeveel kleine kubusjes zijn er die precies vijf buren hebben?
6. Michelle geeft alle getallen van 1 tot en met 2014 een kleur. De eerste twee (1 en 2) verft ze rood, de volgende twee (3 en 4) wit, de daaropvolgende twee (5 en 6) blauw, dan weer twee rood, dan weer twee wit, dan weer twee blauw, enzovoorts. Vervolgens telt ze alle blauwe getallen bij elkaar op en trekt ze daar alle rode getallen weer vanaf. Wat is de uitkomst?
7. De onderstaande figuur stelt een puzzel voor. De bedoeling is dat in elk van de zestien vakjes één van de getallen 1 t/m 4 wordt ingevuld. Dat moet zó gebeuren dat in elke kolom de vier ingevulde getallen verschillend zijn. Ook in elke rij moeten de vier getallen verschillend zijn. In elk van de vier 2×2 vierkantjes moeten de vier ingevulde getallen ook verschillend zijn. Ten slotte moeten de vier getallen in de grijs gekleurde vakjes verschillend zijn. Hoeveel oplossingen heeft deze puzzel?



8. Mies heeft een regelmatige zeshoek getekend met oppervlakte 1. Het valt haar op dat de middens van de zes zijden ook een regelmatige zeshoek vormen. In de figuur is deze kleinere zeshoek grijs gekleurd. Wat is de oppervlakte van deze grijze zeshoek?

