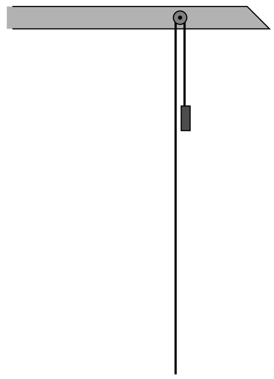
Junior Wiskunde Olympiade
Opgaven deel 2

vrijdag 12 oktober 2012
Vrije Universiteit Amsterdam

- De opgaven in deel 2 zijn open vragen. Schrijf je antwoord op het antwoordformulier op de aangegeven plek. Een berekening of uitleg is niet nodig.
- Voor elk goed antwoord krijg je 3 punten. Voor foute antwoorden worden geen punten afgetrokken.
- Je mag gebruik maken van kladpapier. Verder is het gebruik van een passer en een liniaal of geodriehoek toegestaan. Rekenmachines en vergelijkbare hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Je hebt voor deze opgaven 60 minuten de tijd. **Veel succes!**



1. Een lange ketting hangt over een katrol van een hijskraan, zie de figuur. Aan één kant van de ketting zit een gewicht vast. De lengte van het stuk ketting tussen de katrol en het gewicht is precies een kwart van de lengte van het stuk ketting tussen de katrol en het andere uiteinde (de grootte van de katrol zelf is verwaarloosbaar). De ketting met gewicht hangt precies in evenwicht over de katrol. Samen wegen de ketting en het gewicht 320 kilogram.
Hoeveel kilogram weegt de ketting?

2. Kwik, Kwek en Kwak gaan hardlopen. Ze beginnen tegelijk en lopen elk met constante snelheid. Als Kwik drie rondjes heeft gelopen, is Kwek precies halverwege zijn derde rondje. Als Kwek klaar is met zijn derde rondje, is Kwak precies halverwege zijn derde rondje. Na een tijdje zijn Kwik, Kwek en Kwak voor het eerst weer tegelijk bij de start.
Hoeveel rondjes heeft Kwak op dat moment gelopen?

3. Wat is het grootste aantal stenen van $2\times2\times1$ dat je in een doos van $7\times7\times6$ kunt passen? De stenen moeten evenwijdig aan de zijkanten van de doos worden geplaatst.

4. Anne is volkomen blut, maar is vandaag (dag 1) gelukkig aan een vakantiebaan begonnen. Ze werkt elke dag (zelfs in de weekenden) en krijgt na werktijd altijd 13 euro uitbetaald. Vervolgens geeft ze geld uit aan boodschappen. Op de eerste dag geeft Anne 1 euro uit aan boodschappen, op de tweede dag 2 euro, op de derde dag 3 euro, enzovoorts.
Op de hoeveelste dag kan ze voor het eerst haar boodschappen niet meer betalen?

5. Ronald heeft een groot vat water gekocht. De eerste dag van het jaar, 1 januari 2012, gebruikt hij de helft daarvan. Op de tweede dag gebruikt hij een derde van de resterende hoeveelheid, op de derde dag een vierde van de dan resterende hoeveelheid, en zo verder tot en met de 365-ste dag van het jaar. Op de laatste dag van het jaar (2012 heeft 366 dagen) heeft hij nog één liter water over en drinkt hij die op.
Hoeveel water zat er in het vat toen Ronald het kocht?

GA VERDER OP DE ACHTERKANT

6. Bij een getal van drie cijfers tel je de drie cijfers zelf op. Het getal 216 wordt bijvoorbeeld $216 + 2 + 1 + 6 = 225$.
Wat is het grootste getal van drie cijfers dat je op die manier *niet* kunt maken?

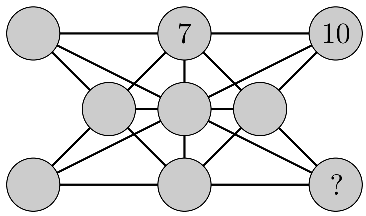
7. Vier leerlingen hebben een meerkeuzetoets bestaande uit vier vragen gemaakt. Bij elke vraag kan worden gekozen uit antwoorden A, B, C, D en E. De eerste leerling antwoordde DDAE, de tweede CBAD, de derde CDAC en de vierde antwoordde BBCC. Helaas hadden ze elk slechts twee van de vier vragen goed.
Wat waren de vier juiste antwoorden?

8. Met een getal van twee cijfers voeren we het volgende recept uit:

- vermenigvuldig het getal met zichzelf,
- trek vervolgens 6 keer het begingetal van het resultaat af en
- tel bij die uitkomst ten slotte nog 9 op.

Dus met bijvoorbeeld 41 krijg je: $41 \times 41 = 1681$, $1681 - 6 \times 41 = 1681 - 246 = 1435$, $1435 + 9 = 1444$. Als de uitkomst gelijk is aan het begingetal, maar dan met de twee cijfers verwisseld, gevolgd door twee nullen, dan noemen we het begingetal *geweldig*. Als de uitkomst bij 41 gelijk was geweest aan 1400, dan was 41 dus geweldig geweest. Er is precies één geweldig getal van twee cijfers.
Welk getal is dat?

9. In elk van de negen cirkels moet een getal komen te staan. Het moet zó zijn dat wanneer je de drie getallen op een lijn optelt, er voor elke lijn hetzelfde antwoord uit komt. Twee cirkels zijn al ingevuld.
Welk getal moet op de plaats van het vraagteken komen?



10. Een wiskundig aangelegde tuinarchitect maakt een meetkundig ontwerp voor een tuin. Op het grote terrein plaatst hij twee paaltjes op een afstand van 20 meter van elkaar. Op iedere plek waarvan de afstand tot elk van de paaltjes een geheel aantal meters is en niet meer dan 14 meter, plant hij een buxus.
Hoeveel buxussen plant hij?