



**Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade**

Bij elke opgave is niet alleen het antwoord van belang, ook de manier van oplossen moet je duidelijk beschrijven. Verder moet je oplossing volledig zijn, zo moet je bij vraag 2 laten zien dat je echt alle oplossingen gevonden hebt en dat er geen andere meer zijn.

Je mag geen rekenmachine gebruiken, geen formulekaart, alleen een pen, een passer en een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.

1. De zijden van een vierkant  $ABCD$  van 10 bij 10 zijn aan de binnenkant spiegelend. Een lichtstraal komt het vierkant binnen via het hoekpunt  $A$  en koerst naar het punt  $P$  op  $CD$  met  $CP = 3$  en  $PD = 7$ . In  $P$  spiegelt het natuurlijk aan de zijde  $CD$ . De lichtstraal kan het vierkant alleen via een van de hoekpunten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  of  $D$  verlaten.  
Wat is de afstand die de lichtstraal binnen het vierkant aflegt voordat hij het vierkant weer verlaat?  
Door welk hoekpunt gebeurt dat?

2. Bepaal alle drietallen  $(x, y, z)$  van positieve gehele getallen met  $x \leq y \leq z$  die voldoen aan

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{y}\right)\left(1 + \frac{1}{z}\right) = 3$$

3.  $A$ ,  $B$  en  $C$  zijn punten in het vlak met gehele coördinaten. De lengtes van de zijden van driehoek  $ABC$  zijn geheel.  
Bewijs dat de omtrek van de driehoek een even getal is.
4. Vijf paren stripfiguren, Donald en Katrien Duck, Asterix en Obelix, Suske en Wiske, Tom en Jerry, Heer Bommel en Tom Poes, gaan om een ronde tafel zitten met 10 stoelen. Van elk paar zorgen de twee leden er voor dat ze naast elkaar komen te zitten. Op hoeveel verschillende manieren kunnen de tien stoelen bezet zijn?  
Twee manieren zijn verschillend als ze niet door een draaiing in elkaar overgevoerd kunnen worden.
5. In driehoek  $ABC$  is hoek  $A$  tweemaal zo groot als hoek  $B$ .  $AB = 3$  en  $AC = 2$ .  
Bereken  $BC$ .