



NEDERLANDSE
WISKUNDE
OLYMPIADE
Tweede ronde
14 september 2001

Opmerkingen vooraf:

De oplossingen van de vragen dien je te onderbouwen met argumenten. Een getal als antwoord is niet voldoende.

De vraagstukken zijn zo gemaakt dat ze zonder rekenmachine opgelost kunnen worden.

Bij het oplossen mag je geen rekenmachine gebruiken.

- In een toernooi speelt ieder team precies één keer tegen ieder ander team. Een gewonnen wedstrijd levert 3 punten op voor de winnaar en 0 voor de verliezer. Bij een gelijk spel krijgen beide teams elk 1 punt. Aan het eind van het toernooi blijkt dat alle teams tezamen 15 punten hebben behaald. Het laatste team op de eindlijst heeft precies 1 punt gescoord. Het op één na laatste team heeft geen wedstrijd verloren.
 - Hoeveel teams deden er mee aan het toernooi?
 - Hoeveel punten scoorde het team dat op de eindranglijst op de tweede plaats staat?

- De functie f heeft de volgende eigenschappen:

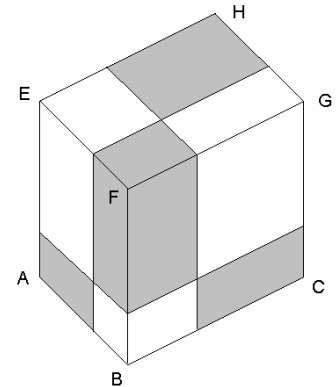
$$f(x+y) = f(x) + f(y) + xy \text{ voor alle reële getallen } x, y.$$

$$f(4) = 10$$

Bereken $f(2001)$.

- Een houten balk $EFGH$ is met drie zaagsneden in 8 kleinere balkjes gezaagd. Elke zaagsnede is evenwijdig aan een van de drie paren overstaande zijvlakken. Elk tweetal zaagsneden staat loodrecht op elkaar. De kleine balkjes bij de hoekpunten A, C, F en H hebben respectievelijk een inhoud van 9, 12, 8, 24. (De verhoudingen in het plaatje kloppen niet!!)

Bereken de inhoud van de hele balk.



- Gegeven is de functie $f(x) = \frac{2x^3 - 6x^2 + 13x + 10}{2x^2 - 9x}$

Bepaal alle positieve gehele getallen x waarvoor $f(x)$ een geheel getal is.

- Als je uit de gehele getallen 1 t/m 6003 een deelverzameling pakt van 4002 getallen, dan is er binnen die deelverzameling altijd weer een deelverzameling van 2001 getallen te vinden met de volgende eigenschap:

Als je de 2001 getallen ordent van klein naar groot dan zijn de getallen afwisselend even en oneven (of oneven en even).

Bewijs dit.