

Eerste ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade



21 januari – 31 januari 2013

- Beschikbare tijd: 2 uur.
- De A-vragen zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan. Voor een goed antwoord krijg je 2 punten, voor een fout antwoord 0 punten.
- Bij de B-vragen moet je een of meerdere getallen als antwoord geven. Voor een goed antwoord krijg je 5 punten en voor een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is.
LET OP: geef je antwoorden in exacte vorm zoals $\frac{11}{81}$ of $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ of $\frac{1}{4}\pi + 1$.
- Je mag geen rekenmachine gebruiken, geen formulekaart; alleen pen en papier, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Na afloop van de wedstrijd lever je het antwoordformulier, dit opgavenvel en eventueel kladpapier in. Vanaf 1 februari zijn de opgaven en uitwerkingen te vinden op www.wiskundeolympiade.nl.
- Veel succes!

A-vragen

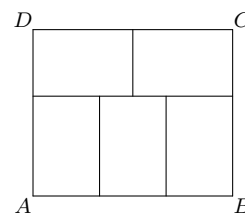
A1. Een verkeerslicht staat om en om een bepaalde tijd op groen en op rood. De periodes groen en rood duren even lang, allebei steeds 1, 2 of 3 minuten. Er zijn vier kleurcombinaties voor het licht op de tijdstippen 12:08 en 12:09: rood–rood, rood–groen, groen–rood en groen–groen. Hoeveel van de vier combinaties zijn mogelijk als gegeven is dat het licht om (precies) 12:05 op rood stond en om (precies) 12:12 ook op rood?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) Het licht kan niet op zowel 12:05 als 12:12 rood zijn.

A2. Rechthoek $ABCD$ is verdeeld in vijf gelijke rechthoekjes. De omtrek van elk van deze rechthoekjes is 20.

Wat is de oppervlakte van rechthoek $ABCD$?

- A) 72 B) 112 C) 120 D) 140 E) 150



A3. Voor de getallen a , b , c , d en e geldt:

$$a + b + 1 = b + c - 2 = c + d + 3 = d + e - 4 = e + a + 5.$$

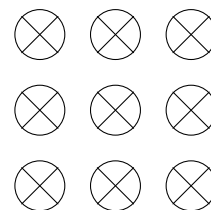
Welk van deze vijf getallen is het grootst?

- A) a B) b C) c D) d E) e

A4. Negen lampjes zijn in een vierkant opgesteld. Elk lampje kan *aan* of *uit* zijn. Als je op een lampje drukt, veranderen dat lampje en de lampjes in dezelfde rij of kolom van toestand: van *aan* naar *uit* of omgekeerd. In het begin zijn alle lampjes *aan*.

Wat is het kleinste aantal keren drukken dat nodig is om alle lampjes *uit* te krijgen?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 9 E) Dat kan niet.

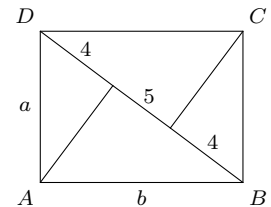


- A5.** Van een stapel dozen is gegeven dat een kwart van de dozen leeg is. We openen een kwart van de dozen en zien dat een vijfde daarvan niet leeg is. Welk deel van de ongeopende dozen is leeg?
 A) $\frac{4}{15}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{20}$
- A6.** Een regelmatige zeshoek en een gelijkzijdige driehoek hebben dezelfde omtrek. Wat is verhouding *oppervlakte zeshoek* : *oppervlakte driehoek*?
 A) 2 : 3 B) 1 : 1 C) 4 : 3 D) 3 : 2 E) 2 : 1
- A7.** Wat zijn de laatste vier cijfers van 5^{2013} ?
 A) 0625 B) 2525 C) 3125 D) 5625 E) 8125
- A8.** Twintig leerlingen hebben een toets gemaakt. Geen twee leerlingen hebben hetzelfde aantal vragen goed beantwoord. Elke vraag was door hoogstens drie leerlingen goed beantwoord. Wat is het kleinste aantal vragen dat de toets kan hebben?
 A) 63 B) 64 C) 67 D) 70 E) 71

B-vragen

- B1.** Wat is het kleinste positieve gehele getal bestaande uit de cijfers 2, 4 en 8, waarbij elk van deze cijfers minstens twee keer voorkomt en het getal niet deelbaar is door 4?

- B2.** Een rechthoek $ABCD$ heeft zijden a en b , waarbij $a < b$. De loodlijnen uit A en C op de diagonaal BD verdelen die diagonaal in drie stukken met lengtes 4, 5 en 4. Bereken $\frac{b}{a}$.



- B3.** Een bus komt langs drie haltes. De middelste halte ligt even ver van de eerste halte als van de laatste halte. Fred staat bij de middelste halte en moet nog 15 minuten wachten voor de bus arriveert. Als hij naar de eerste halte fietst, zal hij daar gelijktijdig met de bus aankomen. Als hij in plaats daarvan naar de laatste halte rent, zal hij daar ook gelijktijdig met de bus aankomen. Hoe lang zou Fred erover doen om naar de laatste halte te fietsen en vervolgens naar de middelste halte terug te rennen?

- B4.** We schrijven de getallen 1 tot en met 30 000 achter elkaar op zodat een lange rij cijfers ontstaat:

123456789101112...30000.

Hoe vaak komt 2013 in deze rij voor?