



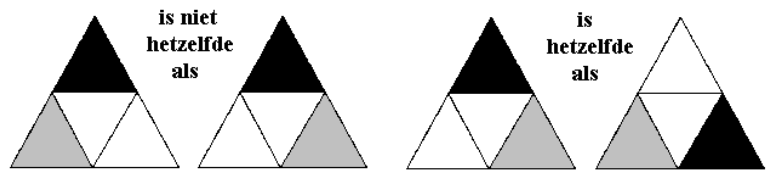
opgaven voor de eerste ronde
vrijdag 18 januari 2002
beschikbare tijd: 120 minuten

Lees voor je begint het volgende:

- Je mag bij het oplossen van de vraagstukken geen rekenmachine, tabellenboek of formuleboek gebruiken. Alleen het gebruik van pen, papier en tekendriehoek of liniaal is toegestaan.
- Van elke opgave wordt alleen het eindantwoord gevraagd, geen tussenoplossingen of uitwerkingen.
Werk dus rustig en nauwkeurig; een rekenfout kan maken dat je oplossing helemaal fout wordt gerekend. LET OP! Geef je antwoorden in exacte vorm, zoals bijvoorbeeld: $\frac{17}{81}$, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$, $\pi+1$
- Het is een wedstrijd en geen examen. Daarom is het te verwachten dat maar weinigen alle antwoorden goed zullen hebben. Maak je dus niet ongerust als je maar een deel van de opgaven hebt opgelost.
Het gaat er ook om dat je plezier hebt aan het werken aan ongewone wiskundeopgaven.
- De waardering is als volgt:
Categorie A twee punten per opgave en categorie B drie punten per opgave.

A1. In een zak zitten 26 euromunten. Als ik 20 munten uit de zak pak, dan zit er minstens één munt van 1 eurocent bij. Ook zitten er minstens twee munten van 2 eurocent bij en minstens vijf munten van 5 eurocent.
Hoeveel zijn de 26 munten in de zak bij elkaar waard?

A2. Je hebt een verzameling van gelijkzijdige driehoeken in drie kleuren: rood, geel en blauw.
Je legt met vier van deze driehoeken een grote gelijkzijdige driehoek.

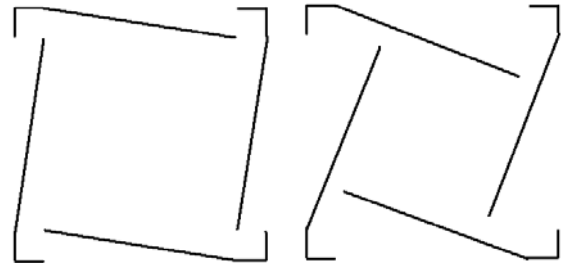


Hoeveel verschillende grote driehoeken kun je zo krijgen?
Twee grote driehoeken zijn verschillend als ze niet door een draaiing om het middelpunt in elkaar over zijn te voeren.

A3. $a+b+c+d+e = 20$
 $a+b+c+d + f = 19$
 $a+b+c + e+f = 18$
 $a+b + d+e+f = 17$
 $a + c+d+e+f = 16$
 $b+c+d+e+f = 15$

Bereken $a \times b \times c \times d \times e \times f$

- A4 Een vierkant hok van 90 bij 90 cm heeft in elke wand in het midden een deur van 70 cm breed. De vier deuren worden naar binnen open gedraaid, beginnend op eenzelfde moment en met dezelfde snelheid. Op een bepaald moment kunnen ze niet verder draaien en sluiten dan een vierkant in (zie de figuur met twee bovenaanzichten van tussenstanden).

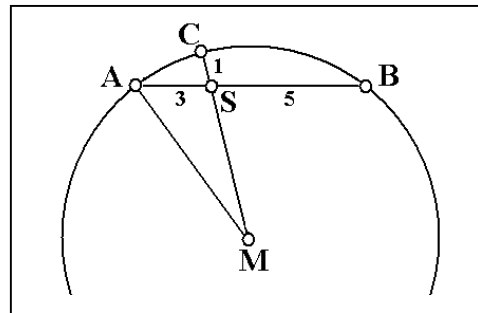


Bereken de oppervlakte van het ingesloten vierkant.

- A5 Volgens een vast voorschrift maken we van een drietal getallen (a,b,c) een nieuw drietal als volgt: van (a,b,c) maken we (ab, bc, ca) . Dus van $(2,4,3)$ maken we $(2 \times 4, 4 \times 3, 3 \times 2) = (8,12,6)$. We beginnen met een drietal verschillende positieve getallen (a,b,c) en gaan dit proces herhalen, dus $(a,b,c) \rightarrow (ab, bc, ca) \rightarrow (ab^2c, bc^2a, ca^2b)$ enz. enz...
- Na een aantal stappen krijgen we een drietal (pa, pb, pc) , waarbij de drie getallen zich dus weer verhouden als de begingetallen, namelijk als $a : b : c$.
- Druk p uit in a, b en c .
- Let op! bij een drietal is de volgorde van de getallen van belang, dus $(2,3,4)$ is niet hetzelfde als $(2,4,3)$

- B1 Bereken: $1000^2 - 999^2 + 998^2 - 997^2 + \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$

- B2 Het punt S ligt op de koorde AB van een cirkel zo, dat $SA=3$ en $SB=5$. De straal van de cirkel vanuit het middelpunt M door S snijdt de cirkel in C . Gegeven is $CS=1$. Bereken de lengte van de straal van de cirkel.



- B3 Op veel plaatjes van analoge klokken staan de wijzers zo afgebeeld dat het bijna tien over tien is. Preciezer: de wijzers staan dan zo dat ze elkaars spiegelbeeld zijn in de lijn door de 12 en de 6. Bepaal voor deze situatie de exacte grootte van de hoek tussen de twee wijzers.
- B4 In een kubus met ribbe 6 is een bol met diameter 6. De bol raakt dus inwendig aan de zes zijvlakken van de kubus. We denken de kubus opgedeeld in 216 eenheidskubusjes van $1 \times 1 \times 1$. Hoeveel kubusjes liggen er geheel binnen de bol? Een kubusje met een hoekpunt op het boloppervlak en verder binnen de bol tellen we mee als geheel binnen de bol liggend.

Het werk van de Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade wordt mogelijk gemaakt door financiële bijdragen en steun van:

Het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen
 De Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren
 Het Wiskundig Genootschap
 Technische Universiteit Eindhoven
 Citogroep
 De Hogeschool van Utrecht
 Educatieve Partners Nederland
 Woltersgroep Groningen
 AKZO/NOBEL