De Nederlandse Wiskunde Olympiade heeft eind januari of begin februari de 1ste ronde op de scholen en in maart de 2de ronde op universiteiten. Voor de winnaars van de 2de ronde zijn er vier trainingsmiddagen op tien universiteiten ter voorbereiding op de finale, in september in Eindhoven. De beste finalisten krijgen vervolgens nog extra training, zodat Nederland met een sterk team naar de Internationale Wiskunde Olympiade kan. Hoe organiseren andere landen hun Wiskunde Olympiade? We nemen een kijkje in Vlaanderen, Duitsland en de Filippijnen.

■ door Milan Lopuhaä

BUITENLANDSE OLYMPIADES

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

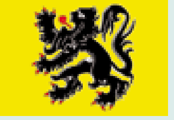
VLAANDEREN In België is de olympiade gesplitst in het Vlaamse en het Waalse deel. De Vlaamse Wiskunde Olympiade (VWO) is ongeveer net zo georganiseerd als in Nederland. De eerste ronde wordt op school gehouden, waarbij je 30 meerkeuzevragen in drie uur tijd moet beantwoorden. Daarna is er een tweede ronde per provincie, ook met 30 meerkeuzevragen. De besten gaan naar de 'landelijke' finale, waarbij er vier open vragen zijn. De beste drie Vlamingen vormen met de drie beste Walen het Belgische team voor de Internationale Wiskunde Olympiade. Rechts staat een opgave uit de eerste ronde, qua niveau vergelijkbaar met onze eigen eerste ronde.

FILIPPIJNEN In de Filippijnen wordt een eerste kwalificatieronde gehouden op vier centrale plekken in het land. Elke school kiest zelf acht leerlingen uit. De kwalificatieronde bestaat ook hier uit 30 meerkeuzevragen, waar de leerlingen echter maar twee uur voor krijgen. Op de rechterpagina zie je een opgave uit 2008, die net als de Vlaamse opgave best in de Nederlandse eerste ronde zou passen.

In elk gebied gaan de beste 50 door naar de regionale ronde, gehouden op dezelfde vier plaatsen. Voor 20 korte vragen is alleen het goede antwoord nodig, bij drie vragen ook een bewijs. De beste 20 leerlingen gaan door naar de landelijke ronde in Manilla. In het schriftelijke deel krijgen de deelnemers drie uur om vijf problemen op te lossen. Het mondelinge deel bestaat uit 30 vragen, te beantwoorden binnen 15 tot 60 seconden. Alle 20 finalisten mogen naar de training voor de Internationale Wiskunde Olympiade.

DUITSLAND In Duitsland is de eerste ronde, de zogenaamde schoolronde, een huiswerkopdracht. Voor elk schooljaar vanaf klas 3 van de basisschool

EERSTE RONDE VLAAMSE WISKUNDE OLYMPIADE 2010, VRAAG 21



Bij viering van 25 jaar VWO wordt aan acht juryleden en hun partner een feestelijke maaltijd aangeboden. Alle 16 zitten aan het diner aan één ronde tafel. Elk jurylid zit naast zijn partner. Juryleden en partners wisselen elkaar af. Verder is de schikking willekeurig. Hoe groot is de kans dat jurylid Daniël naast de partner van jurylid René zit?

A) 1/16 B) 1/15 C) 1/14 D) 1/7 E) 1/8

Oplossing. We kunnen de 16 mensen in 8 groepjes van partners opdelen. Stel nu dat Daniël rechts van zijn partner zit. Omdat de juryleden en partners elkaar afwisselen, moet ieder jurylid rechts van zijn partner zitten; dat betekent dat Daniëls rechterbuurman altijd een partner van een ander jurylid is. Dit kunnen zeven verschillende partners zijn, want zijn eigen partner zit al links van hem, en er is geen voorkeur voor enige buurman, dus is de kans dat dit de partner van René is, gelijk aan 1/7. Als Daniël links van zijn partner zit, kunnen we hetzelfde verhaal ophangen, maar dan gespiegeld, dus nu is ook de kans 1/7. Hoe Daniël dus ook zit ten opzichte van zijn partner, de kans dat hij naast de partner van jurylid René zit is 1/7 (antwoord D).

zijn er aparte opgaven. Elk jaar in september proberen 125.000 leerlingen de set van drie à vier open vragen te maken. Ook de regionale ronde in november bestaat uit een paar open vragen, waar je behalve het antwoord ook een toelichting moet geven. Hiervan gaan de besten door naar de deelstaatronde, die eind februari in elk van de Duitse deelstaten gehouden wordt. Deze duurt twee dagen van 4,5 uur met elk drie opgaven. Elke deelstaat selecteert zo een team van 12 deelnemers voor de landelijke finale, die elk jaar in een andere deelstaat is. Deze ronde ziet er net zo uit als de vorige, maar nu met moeilijker opgaven. De prijswinnaars mogen, samen met prijswinnaars in twee andere wedstrijden, de *Bundeswettbewerb Mathematik* en de *Jugend Forscht*, meedoen aan de selectie voor het team voor de Internationale Wiskunde Olympiade. Hieronder staat een opgave van de schoolronde voor klas 3 en 4 van de middelbare school. Deze opgave zul je bij ons niet zo snel tegenkomen in een eerste ronde; de truc om hem op te lossen wordt in Nederland op de finaletraining behandeld.

MEEDOEN Over een paar weken, op vrijdagmiddag 4 februari, is in Nederland weer de eerste ronde van de Wiskunde Olympiade. Deze bestaat uit 8 meerkeuzevragen en 4 open vragen en daarvoor krijgen de deelnemers twee uur de tijd. Je vindt eerdere jaargangen van de eerste ronde op www.wiskundeolympiade.nl. Heb je je nog niet opgegeven maar wil je wel meedoen, geef dat dan door aan je wiskundedocent. Mocht je school niet mee doen, stuur dan een mailtje naar Melanie Steentjes (Melanie.Steentjes@cito.nl), dan gaat zij regelen dat je mee kan doen bij een andere school bij jou in de buurt. ■

QUALIFYING STAGE PHILIPPINE MATHEMATICAL OLYMPIAD 2008, VRAAG 8

Zij $0 < x < 1$. Welk van de volgende getallen heeft de grootste waarde?

A) x^3 B) $x^2 + x$ C) $x^3 + x^2$ D) x^4

Oplossing. De truc is hier om de getallen die gegeven zijn op volgorde te leggen. Omdat x positief is, is x^3 dat ook. Dit betekent dat $x^4 = x \cdot x^3 < 1 \cdot x^3 = x^3$, wat de waarde van x ook is. Daarnaast geldt dat x^2 positief is, dus $x^3 < x^3 + x^2$. Tot slot geldt, net zoals hiervoor, dat $x^3 + x^2 = x \cdot (x^2 + x) < 1 \cdot (x^2 + x) = x^2 + x$. We hebben dus de volgende volgorde: $x^4 < x^3 < x^3 + x^2 < x^2 + x$, en het antwoord is dus B.

Er is ook een andere, wat meer strategische manier om ertegenaan te kijken. Uit de vraagstelling blijkt al dat één van de vier antwoorden altijd het grootst is, ongeacht de waarde van x (als x maar tussen de 0 en de 1 ligt). We kunnen dus ook een specifieke waarde voor x invullen, en kijken wat eruit komt. Als we $x = 0{,}1$ nemen (want dat rekent makkelijk), dan krijgen we de antwoorden 0,001; 0,11; 0,011; 0,0001. En hier is het duidelijk dat het tweede antwoord het grootste is, en dus moet het antwoord op de vraag ook wel B zijn.

SCHULSTUFE DEUTSCHE MATHEMATIK OLYMPIADE 2010, KLAS 9-10, VRAAG 2

Vind alle positieve gehele getallen n zodat $n + 3$ een deler is van $n^2 - 3$. (Als a en b twee gehele getallen zijn, dan noemen we a een deler van b als er een geheel getal k is zodat $a \times k = b$.)

Oplossing. Stel dat $n + 3$ een deler is van $n^2 - 3$, dan zit $n^2 - 3$ dus in de tafel van vermenigvuldiging van $n + 3$. Het getal $n^2 - 9$ zit echter ook al in de tafel van $n + 3$, omdat we $n^2 - 9$ kunnen schrijven als $(n + 3)(n - 3)$. We hebben nu dus twee getallen in de tafel van $n + 3$. Maar als twee getallen in deze tafel zitten, zit hun verschil er ook in (en hun som ook trouwens). Dit verschil is gelijk aan $(n^2 - 3) - (n^2 - 9) = -3 - -9 = 6$, dus 6 zit in de tafel van $n + 3$, oftewel, $n + 3$ is een deler van 6. De enige positieve delers van 6 zijn 1, 2, 3 en 6, dus $n + 3$ is gelijk aan één van deze getallen. Omdat n positief is, moet $n + 3$ ten minste 4 zijn. De enige mogelijkheid is dus dat $n + 3 = 6$, dus $n = 3$. We weten nu dat $n = 3$ de enige mogelijkheid is, maar we moeten nog wel controleren of die mogelijkheid ook echt voldoet. Voor $n = 3$ geldt dat $n + 3 = 6$, en dit is inderdaad een deler van $n^2 - 3 = 6$.