

De eerste ronde van de Nederlandse Wiskunde Olympiade staat weer voor de deur. Op 29 januari vindt deze plaats op scholen in heel Nederland. Er is dit jaar extra veel reden om mee te doen: er gaan maar liefst 750 leerlingen door naar de volgende ronde. Hoe kun je je eigenlijk goed op de olympiade voorbereiden? Een van de beste manieren is om oude opgaven te oefenen. Je vindt ze op www.wiskundeolympiade.nl. In dit artikel bekijken we zo'n opgave en geven we en passant een paar tips.



■ door Relinde Jurrius en Quintijn Puite

VIER TIPS VOOR DE EERSTE RONDE

Opgave (uit JWO2009):

Bram heeft muntjes van 5 cent, 10 cent, 20 cent en 50 cent, van elk minstens één. In totaal heeft hij 9 muntjes en samen zijn ze 2,10 euro waard.

Hoeveel muntjes van 20 cent heeft hij?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Chris heeft muntjes van 5 cent, 10 cent, 20 cent en 50 cent (niet elke soort hoeft voor te komen). In totaal heeft hij 5 muntjes en samen zijn ze 1,25 euro waard. Hoeveel muntjes van 20 cent heeft hij?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Hoe pak je zo'n opgave nou aan? Er zijn wat dingen gegeven en je hoopt maar dat je daaruit kunt afleiden hoeveel muntjes van 20 cent Bram heeft. Maar het is wel duidelijk dat dat niet lukt door gewoon maar rechtoe rechtaan wat getallen bij elkaar op te tellen of met elkaar te vermenigvuldigen. Begin maar eens met het bekijken van een voorbeeldje. (En dit is meteen **tip 1** voor tijdens de wedstrijd!) Stel bijvoorbeeld dat Bram 1 muntje van 5 cent heeft, 3 van 10 cent, 3 van 20 cent en 2 van 50 cent. Dat zijn er samen in ieder geval 9. Dan zitten we op 1,95 euro. Bijna raak; het scheelt maar 15 cent... We zouden er een muntje van 10 en een muntje van 5 cent bij kunnen doen; dan zit je wel op 2,10 euro, maar dan heb je juist weer te veel muntjes.

Misschien deed je een gok die wél meteen klopt. Dan heb je geluk en kun je direct door naar de volgende vraag. Maar als je niet zo snel iets vindt, kun je het ook systematisch aanpakken. We zoeken naar een verdeling van de muntjes die aan drie eisen moet voldoen. Laten we eerst eens bedenken wat het betekent dat hij van elke soort minstens één muntje heeft. Dan zijn er dus al 4 van de 9 muntjes bekend. En dan heeft hij bovendien ook al 85 cent binnen. Kortom, we kunnen net zo goed naar de resterende 5 muntjes op zoek gaan, die samen wel een waarde moeten hebben van 1,25 euro. Voor het gemak noemen we de hoofdpersoon van het nieuwe probleem maar even Chris:

We gaan nu verder met dit nieuwe probleem, dat net iets simpeler is omdat we een van de drie eisen al hebben verwerkt. **Tip 2** is dan ook: vertaal het probleem naar een eenvoudiger probleem. Uiteraard moeten we niet vergeten om op het eind nog even de oplossing voor Chris terug te vertalen naar de oplossing voor Bram; dat hebben we hier al gedaan door de multiple choice antwoorden mee te vertalen.

Er zijn nu nog twee eisen over: Chris heeft 5 muntjes in totaal en samen zijn ze 1,25 euro waard. Bij elk van beide eisen hoort een aantal oplossingen en zo krijg je twee verzamelingen oplossingen. We zoeken precies naar de oplossing(en) die tot beide verzamelingen behoort/

behoren (en we verwachten dat dat er maar één is, anders zou de oplossing van het vraagstuk niet uniek zijn...). Een goede aanpak (**tip 3!**) is om binnen één van deze verzamelingen te gaan werken en dan te bedenken welke oplossingen er





ook tot de andere
verzameling behoren.

We kunnen bijvoorbeeld naar alle manieren kijken waarop je überhaupt 5 muntjes kunt kiezen en naderhand nagaan welke manieren leiden tot een totaalbedrag van 1,25 euro. Nu zijn er nogal veel manieren om 5 muntjes te pakken (om precies te zijn: 56) en die willen we toch liever niet allemaal één voor één af gaan... Gelukkig vallen er hele families oplossingen af, waarvan het bijvoorbeeld duidelijk is dat je altijd hoger of juist lager dan 1,25 uitkomt. Of die op een andere manier gegarandeerd niet op 1,25 euro uitkomen.

Zo weten we, doordat het bedrag van 1,25 euro eindigt op een 5, dat Chris wel een oneven aantal muntjes van 5 cent moet hebben; de muntjes van 10, 20 en 50 cent leiden immers alleen maar tot tienvouden. Dus hij heeft 1, 3 of 5 munten van 5 cent en alle oplossingen met 0, 2 of 4 munten van 5 cent kunnen we vergeten. Zouden al zijn 5 muntjes daadwerkelijk van 5 cent zijn, dan komt Chris op 0,25 euro in plaats van 1,25 euro. En ook met 3 muntjes van 5 redt hij het niet: dan komt hij maximaal op $3 \times 0,05 + 2 \times 0,50 = 1,15$ euro. Hij heeft dus precies 1 muntje van 5 cent (ervan uitgaande

dat er überhaupt een oplossing is);
dat is een mooie conclusie!

De laatste 4 muntjes moeten dus optellen tot 1,20 euro. Hiervoor hebben we nog keuze uit munten van 10, 20 en 50 cent. Met 3 of meer munten van 50 cent gaat het mis; dan kom je uit op minstens $1 \times 0,10 + 3 \times 0,50 = 1,60$ euro. Met 1 of minder munten van 50 cent kom je uit op hooguit $3 \times 0,20 + 0,50 = 1,10$ euro. Dus we weten weer iets nieuws: Chris heeft precies 2 munten van 50 cent. Inmiddels weten we dus al van de helft van de muntsoorten hoeveel munten Chris daarvan heeft!

De resterende 2 munten zijn van 10 of 20 cent en moeten samen 0,20 euro zijn. Hier vinden we een unieke oplossing: dit moet wel gaan om 2 munten van 10 cent en 0 van 20 cent. Zo komen we voor Chris op de volgende oplossing: $1 \times 5; 2 \times 10; 0 \times 20; 2 \times 50$. En dus voor Bram op $2 \times 5; 3 \times 10; 1 \times 20; 3 \times 50$. Het antwoord op de vraag is dus dat Bram 1 muntje van 20 cent heeft; dat is de enige oplossing die er mogelijk is. **Tip 4** is: nog even terugkijken. Is dit inderdaad een oplossing die aan alle eisen voldoet? ■

Nieuw: halve finale wiskundeolympiade!

Dacht je na de eerste ronde 'Dat smaakt naar meer!' maar behoorde je niet tot de 130 beste leerlingen? Heb je ook weleens dat ene domme rekenfoutje gemaakt, waardoor je net te weinig punten haalde om door te gaan naar de finale? Dan is er nu goed nieuws! Maar liefst 750 leerlingen met goede resultaten bij de eerste ronde zullen dit jaar een uitnodiging krijgen voor de volgende ronde. Het gaat om de beste leerlingen per categorie (onderbouw, vierde klas, vijfde klas), dus ook onderbouwleerlingen maken een goede kans.

De allereerste halve finale van de Nederlandse Wiskunde Olympiade zal op 26 maart 2010 op tien universiteiten tegelijk plaatsvinden. De opgaven van deze wedstrijd zijn deels open-antwoordvragen, zoals de B-vragen van de eerste ronde, en deels redeneeropgaven, zoals die van de huidige finale. Iets pittiger dus dan de eerste ronde, maar net zo leuk en uitdagend! De 130 winnaars van de halve finale uit de verschillende categorieën gaan door naar de landelijke finale in september 2010 in Eindhoven – en maken uiteindelijk kans op een plaatsje in het Nederlandse team voor de Internationale Wiskunde Olympiade.

Kortom, er zijn nu nog meer redenen om je op te geven voor de eerste ronde op 29 januari 2010. Mobiliseer je medeleerlingen en vraag aan je wiskundeleraar om je op te geven. Mocht je school onverhoopt niet meedoen, stuur dan een e-mail naar Melanie.Steentjes@cito.nl zodat je bij een andere school mee kan doen.