

Windmolens in de hoofdrol bij IMO2011

TERUGBLIK OP DE INTERNATIONALE WISKUNDE OLYMPIADE 2011

[Birgit van Dalen, Quintijn Puite]



foto 1

Maandag 18 juli 2011, 08:55 uur. Er heerst een gespannen stilte in de drie hallen van de Sporthallen Zuid in Amsterdam. In elke hal zijn rechte rijen van tafels opgesteld en aan deze tafels zitten 564 jongeren te wachten. De één kijkt strak voor zich uit, de ander speelt met zijn pen en een derde verwisselt nog even zijn schrijfgerei en zijn flesje water van plek op zijn tafel. Dan delen in rood geklede vrijwilligers enveloppen uit. Als op elke tafel een envelop ligt en de klok naar 09:00 uur verspringt, wordt de mededeling omgeroepen dat iedereen zijn envelop open mag maken en mag beginnen. Eerst in het Engels, daarna in nog vier andere talen, maar dat is nauwelijks meer hoorbaar boven het geritsel van honderden enveloppen die tegelijkertijd opengemaakt worden.



foto 2 De wedstrijdhal

De jongeren in de sporthallen zijn deelnemers aan de IMO2011 (International Mathematical Olympiad). Maar liefst 101 verschillende landen hebben een team van maximaal zes scholieren afgevaardigd naar deze wedstrijd. Samen met een coach (de *deputy leader* in IMO-taal) zijn ze twee dagen geleden aangekomen in Amsterdam. Elk land heeft daarnaast ook nog een *leader* naar de IMO gestuurd. De leaders zijn al een week vóór de wedstrijd in Veldhoven (bij Eindhoven) bij elkaar gekomen om de zes opgaven (drie voor elk van de twee wedstrijddagen) te selecteren en te vertalen. Elke deelnemer krijgt namelijk de opgaven in zijn eigen taal, wat voor deze IMO betekent dat er vertalingen in 54 verschillende talen zijn.

Ook nu de vertalingen klaar zijn, is het werk van de leaders in Veldhoven nog niet afgelopen. De deelnemers mogen namelijk gedurende het eerste half uur van de wedstrijd vragen stellen. Schriftelijk, want de leaders bevinden zich aan de andere kant van het land. De vragen worden gescand en gemaïld, waarna de leaders gezamenlijk besluiten wat het antwoord op de vraag moet zijn. Dat antwoord wordt dan weer teruggemaïld naar de wedstrijdlocatie. Bij de ruimte met de scanner in de sporthallen is het dan ook het eerste half uur een af- en aanlopen van wedstrijdbegeleiders, allemaal gekleed in een herkenbaar rood IMO-shirt. De wedstrijdbegeleiders leveren de vragen af bij de scanner en brengen de antwoorden weer terug naar de juiste deelnemer. Ook gedurende de rest van de wedstrijd zijn de 60 wedstrijdbegeleiders essentieel voor het goede verloop. Ze lopen met deelnemers mee naar het toilet en bezorgen hun extra papier of een nieuw flesje water. Communiceren met scholieren uit zoveel verschillende landen kan nog wel eens lastig zijn, maar gelukkig hebben de deelnemers gekleurde kaartjes gekregen waarmee ze duidelijk kunnen maken wat ze bedoelen.



foto 3 Kaartjes

Tegen half twee arriveren er enkele bussen bij de sporthallen met daarin de deputy leaders. Ze verzamelen zich verwachtingsvol voor de ingang. Stipt om 13:30, vierenhalf uur na het begin, eindigt de wedstrijd en kort daarna stroomt het plein voor de sporthallen vol met deelnemers. De deputy leaders zoeken hun eigen team bij elkaar en willen maar één ding weten: hoe is het gegaan? Al gauw wordt duidelijk dat de deelnemers van alle landen het roerend met elkaar eens zijn over één ding: opgave 2 was afschuwelijk. Zelfs de allerbeste landen zijn gestruikelend over deze ongebruikelijke opgave met een Nederlands tintje. Gedurende de rest van de IMO blijven de *windmills* het gesprek van de dag.

Na de tweede wedstrijddag (met tot opluchting van de deelnemers niet nog meer windmolens) verandert de sfeer. Het werk zit erop en nu kan het plezier maken beginnen! Inmiddels zijn de leaders ook in Amsterdam gearriveerd en zit het Novotel tot de nok toe vol met IMO-mensen. De conferentiezalen zijn omgebouwd tot een mega-eetzaal die aan 500 mensen tegelijk een zitplaats biedt. In de spelletjesruimte is het op elk moment van de dag gezellig met talloze deelnemers die tafelvoetbal of airhockey spelen, of gewoon een bordspel of een kaartspel, aan tafels of – als die allemaal bezet zijn – op de grond.

IMO2011 – de opgaven

1. Voor een verzameling $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ van vier verschillende positieve gehele getallen noteren we de som $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ als s_A . We schrijven n_A voor het aantal paren (i, j) met $1 \leq i < j \leq 4$ waarvoor $a_i + a_j$ een deler is van s_A .
Bepaal alle verzamelingen A van vier verschillende positieve gehele getallen met de grootste mogelijke waarde van n_A .
2. Zij S een eindige verzameling van ten minste twee punten in het vlak, waarvan er geen drie op één lijn liggen. Een *windmolen* is een proces dat begint met een lijn l die door één punt P van S gaat. De lijn draait met de klok mee om het *draaipunt* P tot er voor het eerst een ander punt van S op deze lijn komt te liggen; we noemen dit punt Q en dit wordt het nieuwe draaipunt. We zeggen dan dat *Q een klap van de molen krijgt*. De lijn draait nu met de klok mee om Q , totdat opnieuw een punt van S een klap van de molen krijgt. De windmolen deelt zo oneindig veel klappen uit.
Laat zien dat we een punt P van S en een lijn l door P kunnen kiezen zodat er een windmolen ontstaat waarbij elk punt van S oneindig veel klappen van de molen krijgt.
3. Zij $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die voldoet aan $f(x+y) \leq yf(x) + f(f(x))$ voor alle reële getallen x en y .
Bewijs dat $f(x) = 0$ voor alle $x \leq 0$.
4. Zij $n > 0$ een geheel getal. We hebben een balans en n gewichten met massa $2^0, 2^1, \dots, 2^{n-1}$. We moeten de n gewichten, één voor één, op één van de twee schalen van de balans plaatsen zo dat de rechterschaal nooit zwaarder is dan de linkerschaal. In elke stap kiezen we een gewicht dat nog niet op de balans staat en plaatsen het op de linker- of op de rechterschaal, totdat alle gewichten op de balans geplaatst zijn.
Bepaal het aantal manieren waarop we dit kunnen doen.
5. Zij f een functie van de gehele getallen naar de positieve gehele getallen. Stel dat voor alle gehele getallen m en n het verschil $f(m) - f(n)$ deelbaar is door $f(m - n)$.
Bewijs dat voor alle gehele getallen m en n met $f(m) \leq f(n)$ geldt dat $f(n)$ deelbaar is door $f(m)$.
6. Zij driehoek ABC een scherphoekige driehoek met omgeschreven cirkel Γ . Zij l een raaklijn aan Γ en definieer l_a, l_b en l_c als de lijnen verkregen door l respectievelijk ten opzichte van de lijnen BC, CA en AB te spiegelen.
Toon aan dat de omgeschreven cirkel van de driehoek bepaald door de lijnen l_a, l_b en l_c raakt aan de cirkel Γ .



foto 5 Tijdens de excursie in een boot



foto 6 Tijdens de excursie bij een echte windmill



foto 4 Speelhal

Terwijl de volgende twee dagen het werk nagekeken wordt door enerzijds de leaders en deputy leaders, en anderzijds een 80-tal (Nederlandse) vrijwilligers, gaan de teams op excursie. Er is een excursie naar Den Haag, met een bezoek aan het Escher-museum, Panorama Mesdag en natuurlijk het strand. Voor tientallen deelnemers is dit de eerste keer in hun leven dat ze de zee zien. Minstens zo bijzonder is de zeilexcursie bij Monnickendam. Op zes grote zeilboten

vaart de groep over de Gouwee en brengt ook nog een bezoekje aan Volendam. Het weer werkt voor het eerst tijdens deze IMO mee en diverse deelnemers springen vanaf de boot het water in, dat volgens het IJslandse team heerlijk warm is. Ook de fietsexcursie valt goed in de smaak bij de deelnemers. Voor degenen die niet kunnen fietsen, zijn er steps beschikbaar, maar de meeste enthousiastelingen proberen toch gewoon de fiets. De fietshelmen blijken daarbij geen overbodige luxe te zijn... De deelnemers genieten van het Noord-Hollandse landschap, inclusief diverse... windmolens! En twee jongens uit Nigeria en China worden hierdoor zo in beslag genomen dat ze een verkeerde afslag nemen. Gelukkig brengt een vriendelijke Amsterdammer de Chinees terug naar het hotel en vinden we de Nigeriaan terug op station Amsterdam CS.

De laatste excursiedag bestaat uit een wandeling en rondvaart door het centrum van Amsterdam, en eindigt met een gezamenlijk buffet in Science Center NEMO, dat exclusief voor de IMO open is die avond. De combinatie van proefjes doen, naar een rockbandje luisteren en een hapje eten, blijkt een schot in de roos voor al deze jonge onderzoekers. Na de excursiedagen wordt de uitslag bekend. Er blijken slechts 29 deelnemers te zijn die het idee van de windmolenopgave door gehad hebben en daarmee 5 of meer punten (van de maximaal 7) gescoord hebben op deze opgave. Tot vreugde van de Nederlandse teamleden en hun begeleiders behoort Madelon de Kemp met 6 punten tot deze kleine groep. Madelon is dan ook de beste Nederlander met 23 punten in totaal, wat een zilveren medaille waard is. Ook Daniël Kroes wint een zilveren medaille, terwijl Jeroen Huijben, Merlijn

Staps en Jetze Zoethout een bronzen medaille in ontvangst mogen nemen. Ragnar Groot Koerkamp ten slotte zorgt er met een eervolle vermelding voor dat voor het tweede achtereenvolgende jaar (tevens voor de tweede keer in de historie) niemand van het Nederlandse team met lege handen naar huis gaat. In het officieuze landenklassement wordt Nederland op deze manier 28ste van de 101 landen. Dat we nu bij de bovenste 30 procent zitten, is het beste resultaat sinds 1983 (toen we 7e van de 32 landen waren). Uiteraard gáán we ervoor om deze prestatie volgend jaar bij de IMO in Argentinië weer te overtreffen.

Met deze aflevering komt er een einde aan de IMO-serie in Euclides. De afgelopen nummers hebben diverse oud-IMO-deelnemers hun licht laten schijnen over IMO-opgaven uit hun jaar. We hebben het erg leuk en bijzonder gevonden om op deze manier met elkaar te kunnen afstellen van IMO2002 tot en met IMO2011. Velen van u waren er ook bij afgelopen zomer, in de Sporthallen Zuid, in de RAI, in Novotel of bij één van de excursies. Dank aan allen die hebben meegeholpen IMO2011 tot een groot succes te maken!

Over de auteurs

Birgit van Dalen is sinds november 2004 betrokken bij de training van leerlingen voor de Internationale Wiskunde Olympiade. Ze was de vice-teamleider tijdens de IMO in Vietnam (2007), Spanje (2008), Duitsland (2009) en Kazachstan (2010). Ze was verder één van de hoofdorganisatoren van IMO2011 in Nederland. Ze heeft net haar promotie afgerond en is sinds 1 augustus 2011 wiskundedocent op het Aloysius College in Den Haag. E-mailadres: bevandalen@gmail.com

Quintijn Puite is sinds november 2005 betrokken bij de organisatie van de Nederlandse Wiskunde Olympiade. Hij was de teamleider tijdens de IMO in Slovenië (2006), Vietnam (2007), Spanje (2008) en Duitsland (2009). Hij was verder één van de hoofdorganisatoren van IMO2011. Voor de olympiade is hij twee dagen per week verbonden aan de Faculteit Wiskunde en Informatica van de Technische Universiteit Eindhoven. Daarnaast is hij docent bij de Vakgroep Wiskunde van Instituut Archimedes, de lerarenopleiding van Hogeschool Utrecht. E-mailadres: g.w.q.puite@tue.nl

APS-Exact

Maandag 7 november 2011
 Maandag 14 november 2011
 Maandag 14 november 2011
 Dinsdag 22 november 2011
 Dinsdag 29 november 2011

Donderdag 1 december 2011
 Vrijdag 2 december 2011
 Maandag 12 december 2011
 Woensdag 14 december 2011
 Donderdag 19 december 2011
 Donderdag 19 december 2011
 Vrijdag 16 december 2011

U kunt zich aanmelden via onze site
www.aps.nl/exact > Activeringsaanvragen

Ook in het schooljaar 2011-2012 organiseert APS-Exact diverse cursussen en studiedagen, zoals:

studieavond *Rekenen in het 10 getalstelsel*
 studiedag *Rekenen: exact rekenen, dan dan*
 start cursus *(hoo)gvoorsde leerlingen in de wiskunde*
 bijeenkomst *Leertijde rekenvoordiger met SeMO*
 start cursus *Introductie voor de rekenler*

studiedag *Rekenen geven op mijn school: hoe doe ik dat?*
 studieavond *Rekenproblemen*
 studiedag *Eenvansoeking*
 start cursus *Leefregels over de wiskundeactiviteit*
 start cursus *Afstemming in bitoprotocolen*
 start cursus *Goed(a) rekenen*
 start opleiding *Rekencoördinatoren*

informatie

Bel of schrijf voor meer informatie:
 APS-Exact
 Postbus 85475
 3508 AL Utrecht
 Tel.: 030 - 28 56 722
voortgezetonderwijs@aps.nl
www.aps.nl/exact



leren
 inspireren